

Zad. 1. Przyspieszenie punktu zmienia się w czasie zgodnie z funkcją:

a) $a(t) = 2t^3 - \sin 2t$

b) $a(t) = 2 \sin 2t + 3 \cos(-3t)$

c) $a(t) = 3e^{-2t}$

d) $a(t) = -2 \sin 0,5t$

Wyznaczyć funkcje opisujące zależność prędkości v i położenia x od czasu. We wszystkich przypadkach przyjąć szybkość początkową równą $v_0 = 2m/s$, a współrzędną początkową $x_0 = 3m$.

Zad. 2. Przyspieszenie punktu zmienia się w czasie zgodnie z funkcją:

a) $a(t) = 3t^2 + 2$

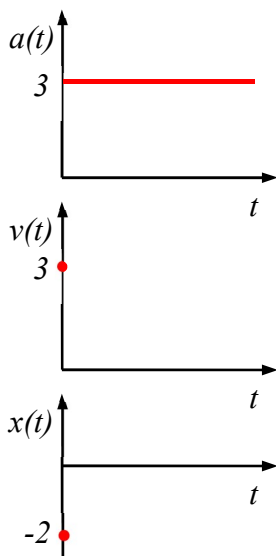
b) $a(t) = -2 \sin 3t$

c) $a(t) = 2t^2 + 3t + 6$

d) $a(t) = 3t^2 - \sin 2t - 2e^{2t}$

Wyznaczyć funkcje opisujące zależność prędkości v i położenia x od czasu. We wszystkich przypadkach przyjąć szybkość początkową równą $v_0 = 3m/s$, a współrzędną początkową $x_0 = 2m$.

Zad. 3. Punkt porusza się z przyspieszeniem $3m/s^2$ z punktu o współrzędnej $-2m$, z szybkością początkową $3m/s$, co pokazane jest na poniższym rysunku. Narysować kształty funkcji $v(t)$ oraz $x(t)$.



Zad. 4. Przyspieszenie $\vec{a}(t)$ dane jest zależnością:

a) $\vec{a}(t) = 3t^2 \cdot \hat{i} + 2t \cdot \hat{j} + 5(t-1) \cdot \hat{k}$

b) $\vec{a}(t) = 3e^{2t} \cdot \hat{i} + 2 \sin 3t \cdot \hat{j} + 5t^2 \cdot \hat{k}$

Wyznaczyć prędkość $\vec{v}(t)$ oraz położenie $\vec{r}(t)$. Przyjąć następujące warunki początkowe:

$\vec{v}_0 = 2 \cdot \hat{i} + 3 \cdot \hat{j} - 2 \cdot \hat{k}$ oraz $\vec{r}_0 = 2 \cdot \hat{i} + 3 \cdot \hat{j} - 2 \cdot \hat{k}$

Zad. 5. Na cząstkę działa siła skierowana wzdłuż osi x, dana wyrażeniem: $F = F_0 \cdot \left(\frac{x}{x_0} - 1 \right)$.

Wyznaczyć pracę, wykonaną przez tę siłę w czasie przemieszczania cząstki z punktu o współrzędnej $x_1 = 0$ do $x_2 = x_0$. Odp.: $W = -\frac{F_0 x_0}{2}$

Zad. 6. Siła napędzająca samochód zależy od położenia x według zależności: $F = D + B \cdot x$. Znaleźć pracę, wykonaną przez tę siłę na odcinku $(x_1 \rightarrow x_2)$. Odp.:

$$W = D(x_2 - x_1) + \frac{B}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

Zad. 7. Na piłkę o masie $m=1$ kg poruszającą się początkowo z szybkością $0,5$ [m/s] zaczyna działać siła $F = 2t^3 + 3t^2 + t$ [N] wzdłuż kierunku ruchu tej piłki. Wyznaczyć pracę, jaką wykonuje ta siła w czasie od $t_1 = 2$ [s] do $t_2 = 4$ [s]. Odp.: $W \approx 20kJ$

Zad. 8. Na ciało o masie $m=10$ kg poruszające się początkowo z szybkością 5 [m/s] zaczyna działać siła $F = 20t - 3t^2$ [N] wzdłuż kierunku ruchu tego ciała. Wyznaczyć pracę, jaką wykonuje ta siła w czasie od $t_1 = 1$ [s] do $t_2 = 3$ [s]. Odp.: $W = 464,4J$

Zad. 9. Po torze opisanym położeniem $\vec{r} = t^2 \cdot \hat{i} + 2t \cdot \hat{j}$ [m] wykonywana jest praca przez siłę $\vec{F} = 2t \cdot \hat{i} + 2t^2 \cdot \hat{j}$ [N]. Wyznaczyć tę pracę w czasie, kiedy położenie zmienia się od położenia $\vec{r}_1 = 9 \cdot \hat{i} + 6 \cdot \hat{j}$ [m] do $\vec{r}_2 = 25 \cdot \hat{i} + 10 \cdot \hat{j}$ [m]. Odp.: $W = 261,3kJ$

Zad. 10. Po torze opisanym położeniem $\vec{r} = 2t \cdot \hat{i} + 3t^2 \cdot \hat{j}$ [m] wykonywana jest praca przez siłę $\vec{F} = 3t \cdot \hat{i} + 2t \cdot \hat{j}$ [N]. Wyznaczyć tę pracę w czasie, kiedy położenie zmienia się od położenia $\vec{r}_1 = 10 \cdot \hat{i} + 75 \cdot \hat{j}$ [m] do $\vec{r}_2 = 20 \cdot \hat{i} + 300 \cdot \hat{j}$ [m]. Odp.: $W = 3,725kJ$

Zad. 11. Po torze opisanym położeniem $\vec{r} = 2t \cdot \hat{j}$ [m] wykonywana jest praca przez siłę $\vec{F} = 2 \cos 3t \cdot \hat{i} + 2 \cdot \hat{j} + 3e^{2t} \cdot \hat{k}$ [N]. Wyznaczyć tę pracę w czasie od 2 s do 5 s. Odp.: $W = 12J$

Zad. 12. Po torze opisanym położeniem $\vec{r} = 2t^2 \cdot \hat{i} + 3t \cdot \hat{j}$ [m] wykonywana jest praca przez siłę $\vec{F} = 2t \cdot \hat{i} + 2t \cdot \hat{j}$ [N]. Wyznaczyć tę pracę w czasie od 2 s do 3 s. Odp.: $W = 65,7J$

Zad. 13. Po torze opisanym położeniem $\vec{r} = 2t \cdot \hat{i} + 3 \sin 2t \cdot \hat{k}$ [m] wykonywana jest praca przez siłę $\vec{F} = 3t^2 \cdot \hat{i} + 2e^{3t} \cdot \hat{j}$ [N]. Wyznaczyć tę pracę w czasie od 1 s do 5 s. Odp.: $W = 248J$

Zad. 14. Jaki jest moment bezwładności pręta o masie 12g i długości 15cm, dla osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jeden z jego końców? Moment bezwładności pręta względem osi przechodzącej przez jego środek masy jest dany i wynosi $I_0 = \frac{1}{12}ml^2$. Odp.:

$$I = 9 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

Zad. 15. Ile wynosi moment bezwładności pręta o długości $l = 2 \text{ m}$ i masie 1 kg obracającego się względem osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek? Odp.: $I = \frac{1}{3} \text{ kgm}^2$

Zad. 16. Ile wynosi moment bezwładności prostokąta o wymiarach $a = 10 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$ i masie 1 kg obracającego się względem osi prostopadłej do krótszego boku prostokąta, leżącej w płaszczyźnie prostokąta i przechodzącej przez jego środek? Odp.: $I = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$

Zad. 17. Ile wynosi moment bezwładności prostokąta o wymiarach $a = 0,2 \text{ m}$, $b = 0,4 \text{ m}$ i masie 500 g obracającego się względem osi prostopadłej do dłuższego boku prostokąta, leżącej w płaszczyźnie prostokąta i przechodzącej przez jego środek? Odp.: $I = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$

Zad. 18. Jaki moment bezwładności posiada prostokąt o wymiarach $a = 0,2 \text{ m}$, $b = 30 \text{ cm}$ i masie 600 g, względem osi prostopadłej do płaszczyzny prostokąta i przechodzącej przez jego środek masy? Odp.: $I = 65 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$

Zad. 19. Wyznaczyć moment bezwładności cienkiej tarczy kołowej, o promieniu $R = 6 \text{ cm}$ i masie $m = 200 \text{ g}$, obracającej się wokół osi prostopadłej do płaszczyzny tarczy i przechodzącej przez jej środek. Odp.: $I = 36 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$

Zad. 20. Wyznaczyć moment bezwładności kwadratu o masie m i boku a względem osi:

- leżącej w płaszczyźnie kwadratu, przechodzącej przez środek masy,
- prostopadłej do płaszczyzny kwadratu, przechodzącej przez jego środek,
- prostopadłej do płaszczyzny kwadratu, przechodzącej przez jego wierzchołek.

Odp.: a) $I = \frac{ma^2}{12}$; b) $I = \frac{ma^2}{6}$; c) $I = \frac{2}{3}ma^2$