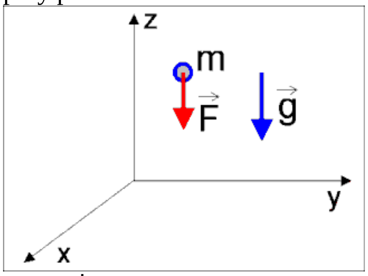
1. **Natężenie pola grawitacyjnego**
2. **Drgania harmoniczne**
3. **Wahadło fizyczne i matematyczne**

1. Natężenie pola grawitacyjnego

Natężenie pola grawitacyjnego w danym miejscu przestrzeni to siła, która działaby na umieszczoną w tym miejscu jednostkową masę.
Przyspieszenie ziemskie ***g*** jest przyśpieszeniem, z jakim poruszałoby się każde ciało w polu grawitacyjnym w pobliżu powierzchni Ziemi, gdyby nie istniał opór powietrza. Przyśpieszenie ziemskie jest tożsame z natężeniem pola grawitacyjnego przy powierzchni Ziemi.



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{g} = 0\, i + 0\, j - g\, k$$

NATĘŻENIE POLA GRAWITACYJNEGO / PRZYŚPIESZENIE ZIEMSKIE zależy od szerokości geograficznej. Wpływają na to dwa czynniki: siła odśrodkowa ruchu obrotowego Ziemi oraz zmieniająca się odległość od środka Ziemi.

2. Drgania harmoniczne

Drganiami harmonicznymi nazywamy ruch masy *m* wzdłuż współrzędnej *x*, na którą działa siła proporcjonalna do wartości tej współrzędnej, z przeciwnym znakiem.

$$F = - k\, x$$

$$a = \frac{F}{m} \quad \text{(zasada dynamiki Newtona)}$$

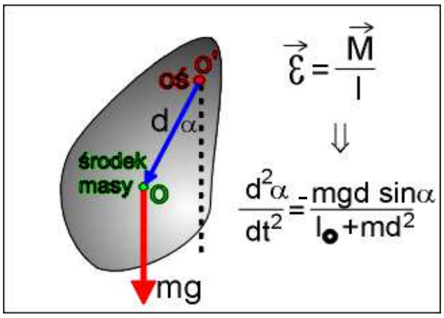
Po uwzględnieniu definicji przyśpieszenia powstaje równanie różniczkowe:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-kx}{m}$$

równanie to ma rozwiązanie w postaci funkcji $x = A \sin(\omega t+\varphi_o)$
A - amplituda; ω - częstość ($2\pi/T$); argument sinusa - faza; φ_o - faza początkowa
Rozwiązanie jest poprawne, gdy
$\omega^2 = k/m$ (czyli: kwadrat częstości jest stosunkiem stałej proporcjonalności *k* (znajdującej się przy funkcji *x*) do stałej przy drugiej pochodnej (w tym przypadku jest to masa *m*).

3. Wahadło fizyczne i matematyczne

Wahadło matematyczne jest szczególnym przypadkiem wahadła fizycznego. Mianowicie: wahadło fizyczne staje się matematycznym, jeżeli masa bryły zostaje skoncentrowana w jednym punkcie pozostając połączona z osią.



jeżeli wahania są małe, czyli $\sin\alpha=\alpha$
wówczas

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{-mgd\,\alpha}{I_o+md^2}$$

Powyższe równanie różniczkowe ma rozwiązanie w postaci drgań harmonicznych o okresie

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o+md^2}{mgd}}$$

W wyniku skoncentrowania masy w punkcie *'o'* $I_o=0$, zatem wyrażenie na okres wahadła fizycznego przekształca się w wyrażenie na okres wahadła matematycznego (przy czym symbol *d* (odległość osi od środka masy) zamieniony jest na symbol *l* (długość wahadła)):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Na powierzchni Ziemi okres wahadła wykonującego mała drgania zależy tylko od jego długości.
Zgodnie z powyższą formułą **okres wahadła matematycznego jest proporcjonalny do pierwiastka jego długości**.