5. ENERGIA MECHANICZNA
Energia mechaniczna E to suma energii kinetycznej E_k i potencjalnej E_p.

5.1. Energia kinetyczna
Energia kinetyczna masy m poruszającej się z szybkością v to praca, jaką należy wykonać, żeby masę m rozpędzić do szybkości v. Korzystając z definicji pracy (rozdz. 1.4) można wykazać, że w każdym przypadku energia mechaniczna wynosi $E_k = 0{,}5\ m\ v^2$:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (5.1.1)$$

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{v}\ dt \qquad (5.1.2)$$

$$dW = m\vec{a} \cdot \vec{v}\ dt \qquad (5.1.3)$$

$$dW = m\, {}^{d\vec{v}}\!/_{dt} \cdot \vec{v}\ dt \qquad (5.1.4)$$

$$dW = m\, d\vec{v} \cdot \vec{v} \qquad (5.1.5)$$

Wektory $d\vec{v}$ oraz $\vec{v}$ są w każdej chwili równoległe.

$$dW = m\, v\, dv \qquad (5.1.6)$$

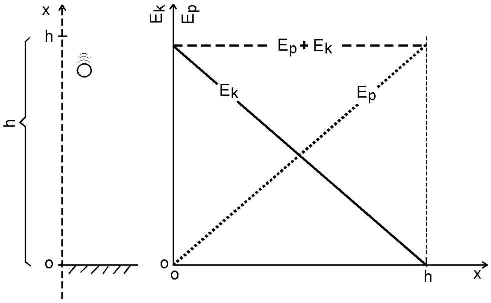
$$W = 0{,}5\, m\, (v_1{}^2 - v_o{}^2) \qquad (5.1.7)$$

Jeżeli szybkość początkowa wynosi 0 wówczas otrzymujemy „klasyczny wzór” na energię kinetyczną.

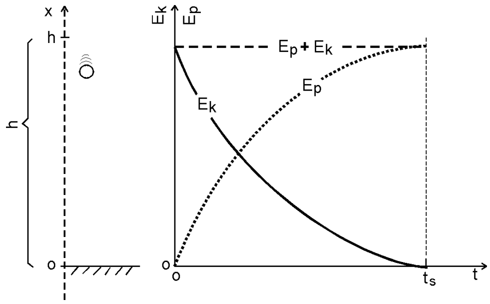
5.2. Energia potencjalna
Energia potencjalna masy m znajdującej się w miejscu $\vec{r}$, odniesiona do miejsca $\vec{r}_o$ - to praca, jaką należy wykonać, aby masę m przemieścić z miejsca odniesienia $\vec{r}_0$ do położenia $\vec{r}$.
Energia potencjalna określana jest zwykle względem poziomu ziemi, ale nie zawsze. Na przykład względy rachunkowe podpowiadają, żeby w zagadnieniach rozpatrywanych w skali kosmicznej miejscem odniesienia była nieskończoność. W mechanicznych drganiach harmonicznych położeniem odniesienia jest położenie równowagi, a w układzie laboratoryjnym może to być poziom podłogi lub stołu.

5.3. Zasada zachowania energii mechanicznej
W układach izolowanych suma energii kinetycznej i potencjalnej pozostaje wartością stałą.
Przykłady:
1. Spadek swobodny w układzie laboratoryjnym
2. Spadek w przestrzeni wokółziemskiej
3. Ruch harmoniczny.

ad.1. Spadek masy *m* z wysokości *h*. Ponieważ na masę *m* działa stała siła *mg*, jej spadek będzie ruchem jednostajnie zmiennym z szybkością v = g t. Energia kinetyczna jest zatem wyrażona zależnością: $E_k = 0{,}5\ m\ g^2\ t^2$. Natomiast energia potencjalna zależy od wysokości współrzędnej x (rys. 5.1): $E_p = m\ g\ x$. Ponieważ $x = h - 0{,}5\ g\ t^2$, zatem
$E_p = m\ g\ h - 0{,}5\ m\ g^2\ t^2$. Suma energii potencjalnej i kinetycznej E = m g h. Energia nie zależy od czasu ani od współrzędnej.



Rys. 5.3.1. Zależność energii od wysokości w spadku swobodnym.

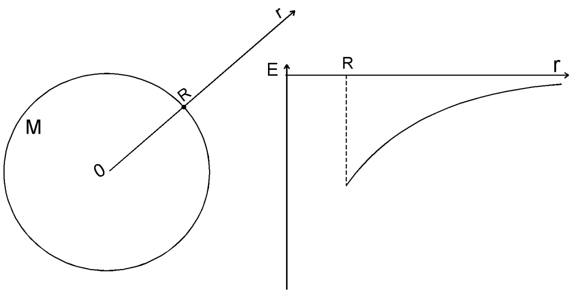


Rys. 5.3.2. Zależność energii od czasu w spadku swobodnym.

ad.2. Energia w przestrzeni wokółziemskiej E = 0,5 m v^2 – G M m r^{-1}. W całej wędrówce masy *m* w przestrzeni kosmicznej jej energia nie ulega zmianie. Jeżeli masa *m* spada z nieskończoności posiadając na początku zerową szybkość, to przy powierzchni Ziemi osiąga szybkość, którą można wyznaczyć z równania

$$0 + 0 = \frac{mv^2}{2} - g\frac{Mm}{R} \tag{5.3.1}$$

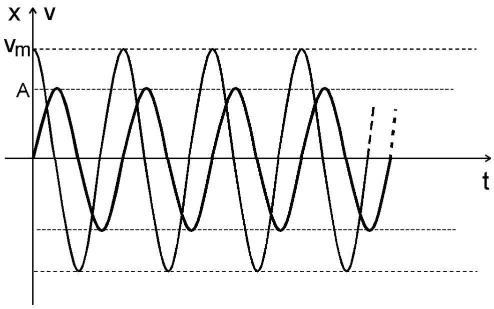
Lewa strona to suma energii kinetycznej i potencjalnej w nieskończoności, prawa – na powierzchni Ziemi (współrzędna R na rysunku)



Rys. 5.3.3. Zależność energii od czasu w spadku swobodnym.

ad.3. Energia oscylatora mechanicznego

$$x = A\sin(\omega t) \quad \rightarrow \quad v = A\,\omega\cos(\omega t) \tag{5.3.2}$$



Rys. 5.3.4. Zależność położenia i szybkości od czasu w spadku swobodnym.

siła kierująca: F(x) = - k x ;   siła pracująca: $F_p(x) = + k x$

$$E_p(x) = W(0 \to x) = \int_0^x k\,x\,dx \tag{5.3.3}$$

$$E = \frac{m\,v^2}{2} + \frac{k\,x^2}{2} = \frac{m\,(A\,\omega\cos(\omega t))^2}{2} + \frac{k\,(A\sin(\omega t))^2}{2} = \frac{k\,A^2}{2} \tag{5.3.4}$$