

### 3. FALE

#### 3.1. Fala biegnąca

Opis fali biegnącej – to funkcja przedstawiająca zależność odkształcenia ośrodka od czasu i od współrzędnych przestrzennych. Najprostszym rodzajem fali jest fala biegnąca płaska opisana funkcją 3.1.1.

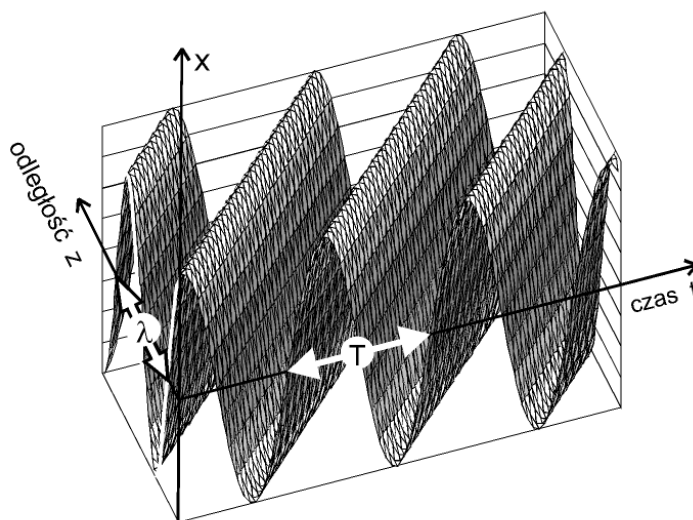
$$\xi(t,z) = A \cos(\omega t - kx) \quad (3.1.1)$$

gdzie  $A$  = amplituda

$\omega$  = częstość

$k$  = liczba falowa

Częstość jest wyrażona tak samo w przypadku drgań:  $\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ , natomiast  $k = 2\pi / \lambda$ ; gdzie  $\lambda$  - to długość fali. Graficzny przykład funkcji  $x(t,z)$  odpowiadający fali wytworzonej przez źródło wykonujące drgania harmoniczne przedstawia rys. 3.1.1.



Rys. 3.1.1. Fala biegnąca - odkształcenie ośrodka w zależności od odległości i czasu.

Analizując kształt wykresu na rysunku 3.1.1 można dostrzec, że odkształcenie ośrodka z upływem czasu przemieszcza się w przestrzeni.

#### 3.2. Powstawanie fali stojącej

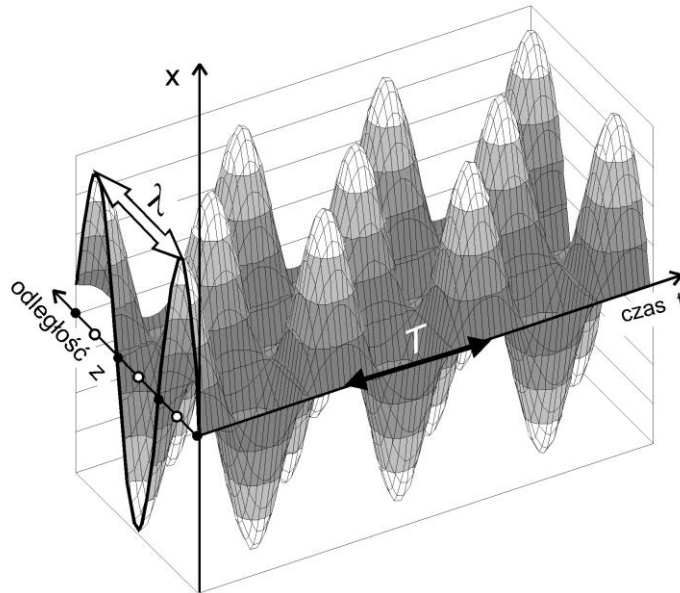
Jeżeli spotykają się dwie fale, które mają te same amplitudy, te same częstości i fazy, ale rozchodzą się w przeciwnych kierunkach – powstaje fala stojąca, co opisuje funkcja 3.2.3.

$$x_1(t,z) = A \cos(\omega t - kx) \quad (3.2.1)$$

$$+ x_2(t,z) = A \cos(\omega t - k(-x)) \quad (3.2.2)$$

$$\underline{x(t,z) = 2A \cos \omega t \sin kx} \quad (3.2.3)$$

Ośrodek, w jakim wytworzyła się fala stojąca ulega oscylacyjnemu odkształcaniu o amplitudzie zależnej od odległości. Istnieją miejsca w jakich odkształcenia są maksymalne (strzałki) oraz miejsca, w jakich odkształcenia są minimalne (węzły) (rys. 3.2.1).



Rys. 3.2.1. Fala stojąca - odkształcenie ośrodka w zależności od odległości i czasu.  
Czarne kropki znajdują się w miejscu węzłów, białe – w miejscu strzałek.

### 3.3. Zjawisko dyspersji

U podstaw zjawiska dyspersji leży fakt, iż szybkość rozchodzenia fali zależy od ośrodka, w jakim fala się rozprzestrzenia. Na granicy ośrodków charakteryzujących się różną szybkością rozchodzenia się w nich dźwięku musi nastąpić tzw. załamanie fali – oczywiście tylko w przypadku, gdy kąt padania jest różny od zera. Szybkość fali w danym ośrodku odniesiona do szybkości w próżni nazywana jest współczynnikiem załamania. Definicja współczynnika załamania ośrodka 'b' względem ośrodka 'a' jest następująca:

$$n_{\frac{a}{b}} = \frac{v_b}{v_a} \quad (3.3.1)$$

gdzie:  $n_{\frac{a}{b}}$  = współczynnika załamania ośrodka b względem ośrodka a

$v_b$  = szybkość rozchodzenia fali w ośrodku b

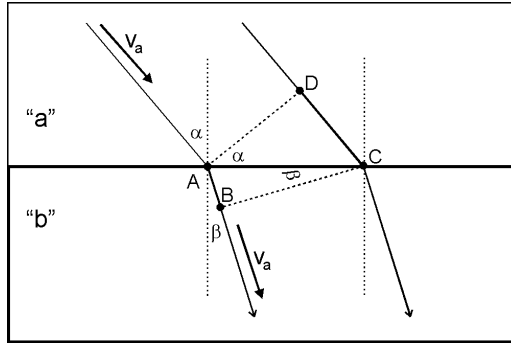
$v_a$  = szybkość rozchodzenia fali w ośrodku a

Wspomniana konieczność załamania na granicy ośrodków wynika z rozumowania geometrycznego pokazanego na rys. 3.3.1 na przykładzie fali elektromagnetycznej świetlnej. Na rysunku tym dwa promienie światła przechodzą z ośrodka „a” do ośrodka „b”. W ośrodkach tych światło rozchodzi się z różną szybkością – odpowiednio  $v_a$  i  $v_b$ . Drogę AB oraz DC przebywa światło w tym samym czasie  $t_1$ .

$$\sin \alpha = \frac{DC}{AC} \quad \sin \beta = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \alpha = \frac{v_b t_1}{AC} \quad \sin \beta = \frac{v_a t_1}{AC}$$

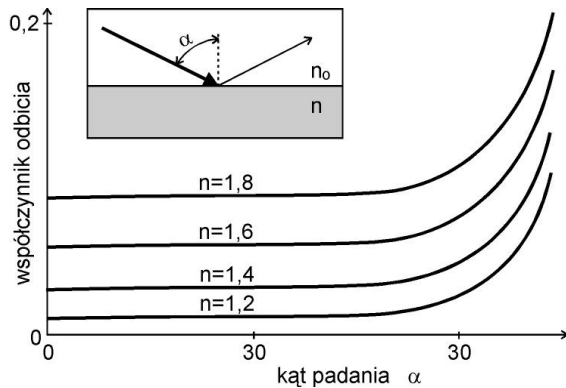
$$n_{\frac{b}{a}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_b}{v_a}$$



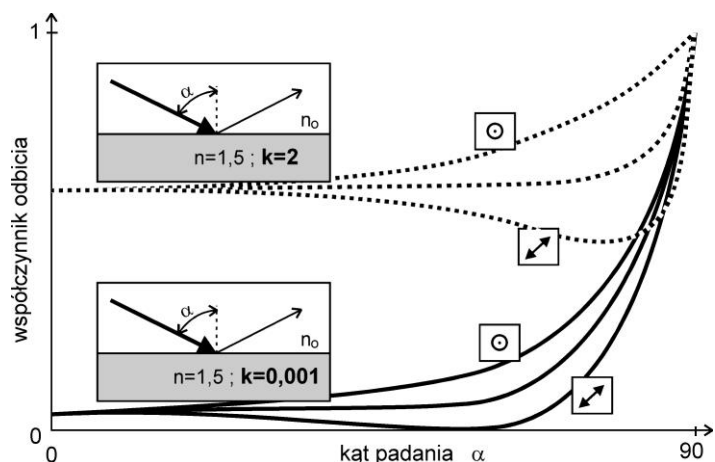
Rys. 3.3.1. Konstrukcja do wyprowadzenia wyrażenia na współczynnik załamania światła ośrodka „b” względem ośrodka „a” ( $n_{b/a}$ ).

Jeżeli ośrodkiem „a” jest próżnia, wówczas wiedząc że w próżni szybkość dźwięku wynosi  $c$ , otrzymujemy wyrażenie na (bezwzględny) współczynnik załamania danego ośrodka  $n=c/v$ . Z prostego rachunku wynika, że stosunek bezwzględnych współczynników to współczynnik względny.

Z teorii elektromagnetyzmu (rozd. 8) wynika, że na granicy ośrodków część światła odbija się. Ilość odbitego światła zależy od kąta padania oraz od względnego współczynnika załamania światła na granicy tych ośrodków (rys. 3.3.2) oraz od stopnia spolaryzowania, a także od współczynnika absorpcji.



Rys. 3.3.2. Zależność współczynnika odbicia od kąta padania przy różnych współczynnikach załamania.



Rys. 3.3.3. Zależność współczynnika odbicia od kąta padania przy dwóch różnych współczynnikach absorpcji ośrodka odbijającym.

⊙ - światło spolaryzowane prostopadle do płaszczyzny padania

↗ - światło spolaryzowane równoległe do płaszczyzny padania

Zmodulowane fale (modulacja fazy, częstotliwości lub amplitudy) wykorzystywane są do przenoszenia informacji na odległość. Fala elektromagnetyczna świetlna jest obecnie najbardziej pojemnym nośnikiem informacji. Do jej przenoszenia stosuje się falowody-światłowodowy. Zjawisko rozchodzenia światła w światłowodzie, szczególnie w światłowodzie o radialnie zmieniającym się współczynnikiem załamania, nie jest łatwe do zmatematyzowania. W zasadzie można to uczynić jedynie na drodze komputerowego modelowania.

### 3.3. Podstawy akustyki

W opisie akustycznej fali biegnącej w gazie odkształcenie ośrodka reprezentowane jest przez odstępstwo od średniego ciśnienia zwane ciśnieniem akustycznym. Wrażenie głośności dźwięku związane jest z energią dźwiękową docierającą do ucha w jednostce czasu. Energia w ruchu drgającym jest proporcjonalna do drugiej potęgi amplitudy (rozd. 5). Natężenie dźwięku to ilość energii dźwiękowej przenikającej w jednostce czasu jednostkę powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali. Czulość układu słuchowego człowieka zależy od częstotliwości dźwięku. Maksimum czulości przypada na częstotliwość kilku tysięcy herców i spada do zera przy częstotliwościach poniżej 16 Hz oraz powyżej 20 kHz. Dźwięki o zbyt dużym natężeniu także nie są słyszalne ponieważ fala dźwiękowa przestaje być odczuwana jako dźwięk ale jako ból. Wrażenie głośności jest proporcjonalne do logarytmu natężenia dźwięku. W związku z tym stworzono pojęcie poziomu dźwięku L wyrażoną logarytmem dziesiętnym z ilorazu natężenia dźwięku i progowego natężenia dźwięku (3.3.1).

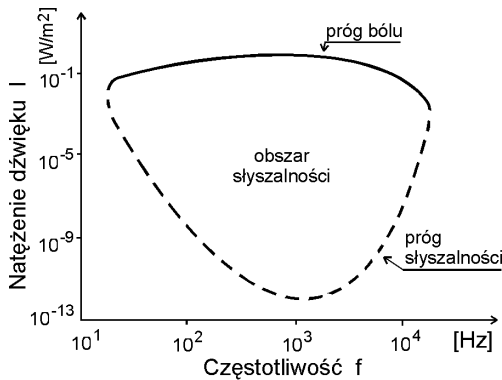
**HERTZ Heinrich Rudolf** (1857-1894), wybitny fizyk niemiecki, profesor politechniki w Karlsruhe i uniwersytetu w Bonn, odkrywca fal elektromagnetycznych i efektu fotoelektrycznego zewnętrznego, uznawany za pioniera radiokomunikacji.



$$L = \lg \frac{I}{I_0} = \lg \left( \frac{p_0}{p_0} \right)^2 = 2 \lg \frac{p_0}{p_0} \quad (3.3.1)$$

Jednostką poziomu dźwięku  $L$  jest *bel*. Wrażenie głośności dźwięku zależy również od częstotliwości dźwięku. Jeżeli np. natężenie dźwięku o częstotliwości 1000 Hz wynosi 60 dB, to dźwięk o częstotliwości 50 Hz musiałby mieć natężenie dźwięku 78 dB, aby jego głośność była odczuwana tak samo.

**BELL Aleksander Graham** (1847-1922), fizyk i fizjolog amerykański, z pochodzenia Szkot. Profesor uniwersytetu w Bostonie. w 1876 wynalazł telefon, w 1877 uzyskał patent na membranę jako odbiornik i nadajnik dźwięku. Pracował nad budową sondy telefonicznej do celów chirurgicznych i urządzenia pozwalającego wykrywać obecność kawałków metalu w ranach. Podstawowe dzieło: *The Mechanism of Speech* (1886) - praca dotycząca sposobu zapisywania i odtwarzania mowy.



Rys. 3.3.3. Obszar słyszalności.

Szybkość dźwięku w ciele stałym wyraża zależność:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.3.2)$$

gdzie:  $G$  – moduł sprężystości  
 $\rho$  - gęstość

natomiast w gazie:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \quad (3.3.3)$$

gdzie:  $\kappa$  -  $c_p/c_v$   
 $p$  - ciśnienie  
 $\rho$  - gęstość

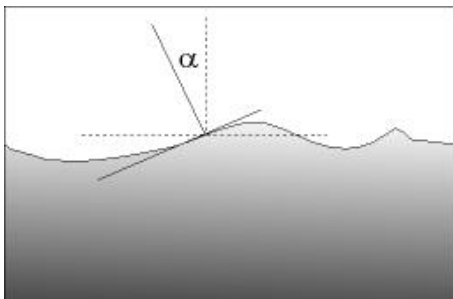
### 3.4. Generowanie fal morskich

Powierzchnia morza oddziałując z poruszającymi się masami powietrznymi ulega dynamicznym deformacjom, które określa się jako fale morskie. Na obszarze oddziaływania wiatru wszystkie miejsca można uważać za źródło fali, które w trakcie rozchodzenia nakładają się na siebie. W efekcie tych nałożeń wytwarza się skomplikowany, stale zmieniający się kształt powierzchni morza. Matematyzacja fal morskich jest możliwa tylko na gruncie statystyki. Można bowiem próbować określić statystyczny rozkład nachyleń skłónów, albo podać widmo mocy.

Rozkład nachyleń pozwala stwierdzić, jaka część/ułamek powierzchni morza pokryta jest falami o nachyleniach w zakresie określonych kątów. W zapisie matematycznym rozkład nachyleń  $f(\alpha)$  przedstawiany jest następująco:

$$f(\alpha) = \frac{dN(\alpha)}{d\alpha} \quad (3.4.1)$$

gdzie  $dN(\alpha)$  to elementarna część powierzchni morza pokryta falami, których nachylenia mieszczą się w elementarnym przedziale kątów  $d\alpha$ .

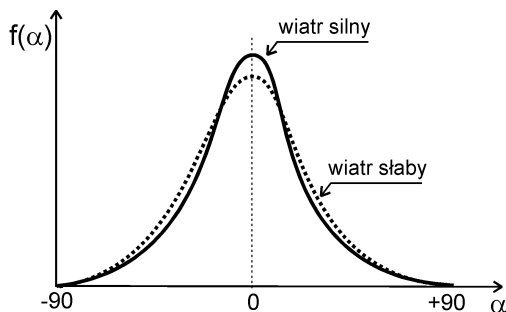


Rys. 3.4.1. Ilustracja do definicji rozkładu nachyleń fal.

Ponieważ  $dN(\alpha) = f(\alpha) d\alpha$ , więc ułamek powierzchni pokrytej falami o nachyleniach w przedziale kątów od  $\alpha_1$  do  $\alpha_2$  wyrazi się następująco:

$$N(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(\alpha) d\alpha \quad (3.4.2)$$

Funkcja  $f(\alpha)$  musi być tak znormalizowana, aby jej całka w granicach od  $0$  do  $180^\circ$  wynosiła  $1$ , co jest zwykłym następstwem tego, że prawdopodobieństwo iż cała powierzchnia pokryta jest falami o nachyleniach od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$  musi wynosić  $1$ . Jeżeli sytuacja określana jest na pełnym morzu po długim czasie oddziaływania wiatru o określonej szybkości, wtedy rozkład nachyleń uzyskuje kształt podobny do krzywej Gaussa (rys. ).



Rys. 3.4.2. Ilustracja do definicji rozkładu nachyleń fal.

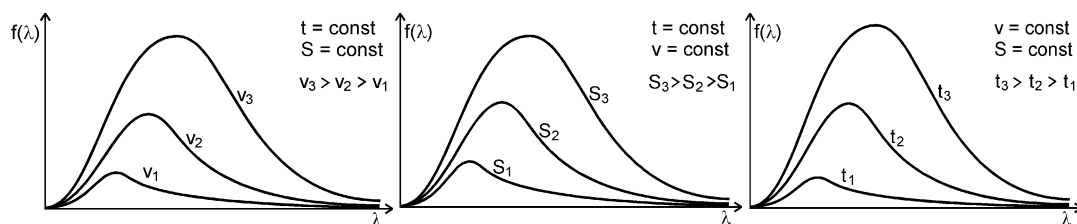
Widmo energii określa wielkość energii zgromadzonej na jednostkowej powierzchni morza w określonym zakresie długości fal (albo ich częstotliwości). Matematycznie można je wyrazić zależnością 3.4.3,

$$f(\lambda) = \frac{dE(\lambda)}{d\lambda} \quad (3.4.3)$$

lub  $dE(\lambda) = f(\lambda) d\lambda$ , którą odczytuje się następująco: elementarna energia  $dE(\lambda)$  zgromadzona na jednostce powierzchni morza wyrażona jest przez iloczyn widma  $f(\lambda)$  i elementarnego przedziału fal  $d\lambda$ . Natomiast całkowita moc zgromadzona na powierzchni morza wyrażona jest całką 3.4.4.

$$E(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f(\lambda) d\lambda \quad (3.4.4)$$

Opis morza przedstawiony funkcją 3.4.4 określa geometryczny stan morza, natomiast funkcja 3.4.3 określa dynamiczny stan morza. Stan geometryczny jest pojęciem ważnym w optyce morza, natomiast stan dynamiczny charakteryzuje morze pod względem oddziaływania na jednostki pływające, na instalacje techniczne lub budowle na morzu albo brzegu. Kształt widma energii zależy od szybkości wiatru, od czasu oddziaływania wiatru na powierzchnię morza oraz od rozległości obszaru poddanemu oddziaływaniu wiatru. Zatem widmo energii jest funkcją przynajmniej czterech zmiennych. Dodatkowe czynniki wpływające na widmo energii to ukształtowanie dna, brzegu, czas od momentu ustania wiatru, odległość od miejsca generowania sfalowania. Na rys. 3.4.3 przedstawiono przykładowe kształty widm mocy – osobno dla różnych szybkości wiatru (przy założeniu stałości powierzchni i czasu), różnych powierzchni (przy założeniu stałości szybkości i czasu) oraz różnych czasach (przy założeniu stałości powierzchni i szybkości).



Rys. 3.4.3. Widma mocy sfalowanej powierzchni morza.