# 2. ZAŁOŻENIA SZCZEGÓLNEJ TEORII WZGLĘDNOŚCI

## 2.1. Masa relatywistyczna

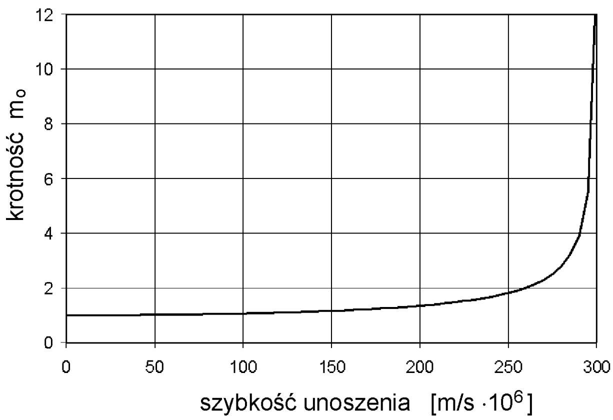
W rozdziale 1.1 zwrócono uwagę na impas intelektualny z przełomu XIX i XX wieku, jaki wyniknął ze spostrzeżenia, że równania Maxwella są zmiennicze względem transformacji Galileusza. Z jednej strony bowiem, w okresie tym słuszność równań Maxwella potwierdzała się coraz częściej w wielu praktycznych zastosowaniach, ale z drugiej strony, to transformacje Galileusza uznawano wówczas za oczywiste. Powstało przypuszczenie, czy nie należałoby uznać za naczelne te prawa przyrody, które są niezmiennicze w transformacjach Lorentza. Myśl tę Albert Einstein ujął w dwóch krótkich sformułowaniach (postulatach):

- Prawa fizyki mają jednakową postać we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.
- Szybkość światła jest jednakowa we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

Einstein uporządkował problem słuszności/niesłuszności określonych praw przez wprowadzenie systemu zwanego *szczególną teorią względności*. Ów nowy system dopuszcza poprawność systemu newtonowskiego pod warunkiem, że układ odniesienia porusza się z niewielką szybkością. Tak jest w istocie, i łatwo to wykazać analizując zmiany w formułach teorii względności, kiedy szybkość układu odniesienia zmierza do zera. Zanalizujmy, dla przykładu, zależność masy od szybkości (2.1)

$$m(v_u) = m_o \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_u^2}{c^2}}} \tag{2.1}$$

w której $v_u$ jest szybkością unoszenia układu primowanego, $m_o$ - wartością masy w układzie nieruchomym/spoczywającym (w układzie obserwatora).




Rys. 1. Zależność masy od szybkości jej unoszenia.

Wykres zależności 2.1 został przedstawiony na rysunku 1. Widać na nim, że chociaż wartość masy dąży do nieskończoności przy szybkości rónej szybkości światła, to jednak przy szybkościach małych (mniejszych od kilku tysięcy km/s), wartość masy wzrasta w sposób nieistotny. Masa o szybkości 1000 km/s jest większa o 0,0005 % od masy spoczynkowej, masa o szybkości 10 000 km/s jest większa od masy spoczynkowej o 0,05 %, ale masa o szybkości 90 000 km/s – już o 0,5 %, przy szybkości 260 000 km/s – o 100 %, a przy szybkości 298 500 km/s aż o 1000 %. Relatywistyczny efekt przyrostu masy występuje naprawdę – uwzględnia się go przecież cyklosynchrotronie.

### 2.2. Kontrakcja długości

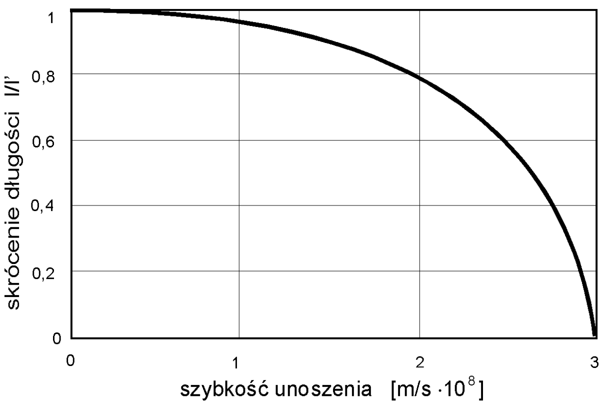
Zjawisko to jest naturalnym następstwem transformacji współrzędnych za pomocą przekształceń Lorentza.

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) + v_u(t_1 - t_2)}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}} \tag{2.2}$$

W wyrażeniu 2.2 pomiar początku i końca odcinka odbywa się w tym samym czasie ($t_1 = t_2$). Zatem długość nieruchomego w układzie unoszonym odcinka wyrazi się dla obserwatora (w układzie nieruchomym) następująco:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1)\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}} = \Delta x' \sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}} \tag{2.3}$$

Trzeba jednocześnie zwrócić uwagę na to, że ze względu na symetrię/analogię rozumowania, odcinek nieruchomy w układzie nieruchomym, ulega skróceniu dla obserwatora znajdującego się w układzie unoszonym (obserwator traktuje wówczas układ nieruchomy jako ruchomy). Nie istnieje zatem bezwzględna długość odcinka. Można nawet stwierdzić, że żaden kształt nie jest bezwzględny, bowiem zależy on od tego, w jak szybko poruszającym układzie znajduje się obserwator, i w jak szybko poruszającym się układzie znajduje się „obserwowany” przedmiot.




Rys. 2. Zależność skrócenia długości od szybkości unoszenia

Zmiany długości odcinka znajdującego się w układzie unoszonym dla obserwatora w układzie spoczywającym pokazuje rys. 2 (sporządzony na podstawie zależności 2.3).

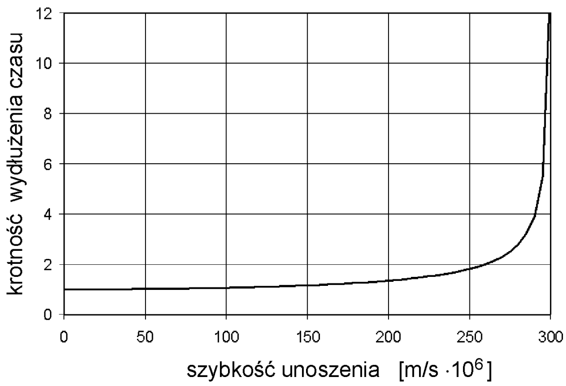
### 2.3. Dylatacja czasu

Jeżeli w układzie unoszonym interwał czasowy wynosi Δt’, to biorąc pod uwagę zależność 2.2 dla obserwatora w układzie spoczywającym wyniesie on:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}} + \frac{(x'_2 - x'_1)\frac{v_u}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}} \tag{2.4}$$

Ponieważ upływ czasu (interwał czasowy) w układzie unoszonym mierzony jest cały czas w tym samym miejscu, drugi składnik w wyrażeniu 2.4 zeruje się. Otrzymujemy wtedy:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}} \tag{2.5}$$




Rys. 3. Zależność wydłużenia czasu w danym układzie od szybkości unoszenia układu

Im większa szybkość unoszenia zegara, lub czegoś innego podlegającego upływowi czasu (czegoś „starzejącego się”) tym wolniejszy upływ czasu obserwowany jest z pozycji układu spoczywającego. Efekt ten daje się potwierdzić doświadczalnie, bo np. czas istnienia krótkożyciowych cząstek rozpędzonych do dużych szybkości wydłuża się. Osoba znajdująca się w bardzo szybkim statku kosmicznym, z punktu widzenia osoby w układzie spoczywającym, starzeje się wolniej. Nie ma potrzeby takiego wnioskowania eliminować – i tak jest nie do sprawdzenia, a poza tym szkoda byłoby redukować inwencję literatów w gatunku „science fiction”. Ale warto zauważyć, że dla owego kosmonauty osoba pozostająca w układzie spoczywającym porusza się, zatem starzeje się wolniej od niego. A to już paradoks dużej miary, gdyż dochodzi się do wniosku, że po ponownym spotkaniu Ziemianin widzi Kosmonautę, jako mniej postarzonego niż on sam. Kosmonauta widzi natomiast, że jego kolega postarzał się mniej, niż on sam. Pamiętajmy przy tym, że rozważania te są uprawnione w przypadku układów inercjalnych, a kosmonauta musiał przecież znajdować się przez pewien czas w układzie nieinercjalnym – rakieta musiała bowiem przyspieszać, zakręcać (żeby powrócić) i hamować.

## 2.4. Równoważność masy i energii

Przeprowadźmy następujące rozumowanie:

W tym celu należy wyobrazić sobie pudełko o masie M i długości *l*. W jednym końcu pudełka znajduje się naładowana lampa błyskowa, w drugim ścianka całkowicie pochłaniająca światło. Pudełko znajduje się daleko od pól grawitacyjnych, jest całkowicie izolowane od zewnętrznych sił. Jest to tzw. „*Einsteins Box*” (rys. 2.4). Następuje błysk! Światło biegnie z szybkością c, dociera do drugiej ścianki i zostaje pochłonięte.

Uwzględniamy następujące fakty:

Z równań Maxwella wynika, że świetlny błysk niesie pęd o wartości

$$p = \frac{E}{c} \tag{2.4}$$

gdzie: E – energia przenoszona przez światło, c – szybkość światła.

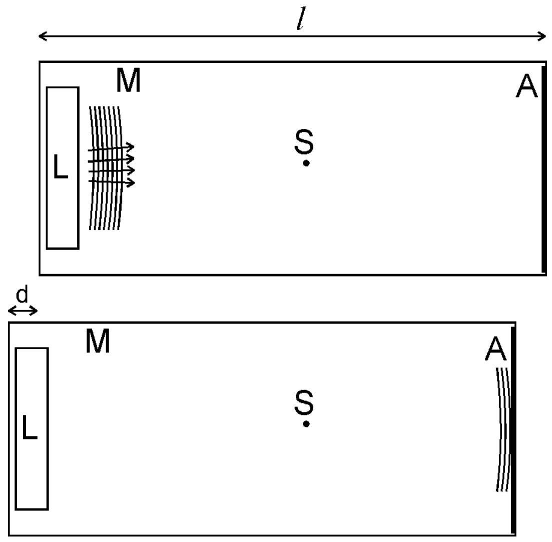
Przed błyskiem pudełko było nieruchome. Zatem od momentu błysku (błysk lampy można traktować jak wystrzał pocisku świetlnego) podczas wędrówki światła z jednego końca pudełka do drugiego, z prawa zachowania pędu wynika:

$$Mv = \frac{E}{c} \tag{2.5}$$

gdzie: M – masa pudełka, v = szybkość odrzutu pudełka.

Po czasie $l$/c światło dociera do drugiej ścianki i zostaje pochłonięte (pochłonięcie światła traktujemy jak zderzenie niesprężyste). Pudełko znieruchomiało. Ale zdążyło się już przemieścić w kierunku na lewo na odległość wyrażoną zależnością 2.6.

$$d = \frac{El}{Mc^2} \tag{2.6}$$




M – masa pudełka, L – lampa błyskowa, S – środek masy, A – absorber światła

Rys. 2.4. Ilustracja do efektu „pudełka Einsteina”

Środek masy M przesunął na odległość d. Oczywiście przesuniecie d w stosunku do długości pudełka $l$ jest bardzo małe. Ale przecież pudełko było izolowane! Dlatego jest pewne, że środek masy układu nie przemieścił się. Trzeba zatem stwierdzić, że światło przeniosło masę m od lampy błyskowej po jednej stronie pudełka do absorbenta po drugiej stronie pudełka.

Taka równowaga nastąpi, gdy: M·d = $l$·m. Masa m wynosi więc:

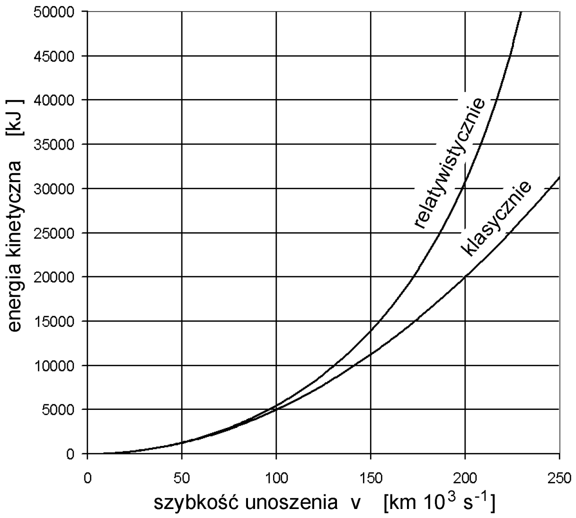
$$m = \frac{Md}{l} = \frac{M}{l}\frac{El}{Mc^2} = \frac{E}{c^2} \tag{2.7}$$

Ile więc wynosi energia światła, które zamieniło się w masę? Teraz wiadomo, że jak każdy z nas wielokrotnie już słyszał, energia związana z masą m wynosi $mc^2$. A gdzie ta masa wytworzona z energii światła znajduje się? Po prostu ścianka po pochłonięciu światła ogrzała się, szybkość ruchu cząstek materii ścianki wzrosła, zatem ich masa zgodnie z zależnością 2.7 wzrosła.

### 2.5. Relatywistyczna energia kinetyczna

Energia kinetyczna masy m poruszającej się z szybkością v to praca, jaką należy wykonać, żeby ową masę rozpędzić do tej szybkości. Jest to, po prostu, różnica energii masy m w stanie jej ruchu i w stanie jej spoczynku. Dlatego wyrażenie na relatywistyczną energię kinetyczną masy m poruszającej się z szybkością v przyjmie następującą postać:

$$E_k = E(v) - E_o = mc^2 - m_o c^2 = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}c^2 - m_o c^2 = m_o c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \tag{2.8}$$




Rys. 2.5. Zależność energii kinetycznej od szybkości unoszenia (jednego kilograma masy spoczynkowej)

Wyrażenie 2.8 dostarcza przy małych szybkościach unoszenia wartości energii kinetycznej takie same jak klasyczne wyrażenia na energię kinetyczną (rys. 2.5). Przy szybkości już 10 tysięcy km/s energia relatywistyczna jest o 0,1 promila większa od energii klasycznej, przy szybkości 100 tysięcy km/s – o 10 procent, przy szybkości 200 tysięcy km/s – o 50 procent (rys. 2.5), przy 290 tysięcy km/s – o 500 procent.