1. NIEROZWIĄZANE ZAGADNIENIA FIZYKI KLASYCZNEJ

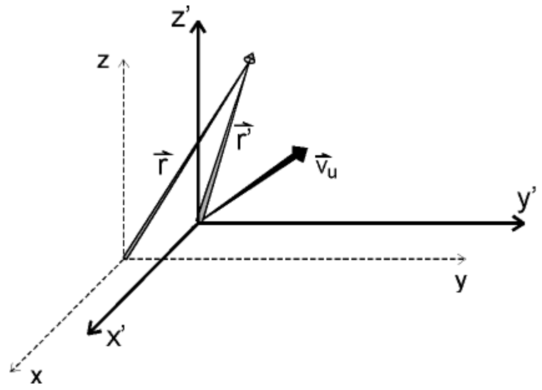
Pod koniec dziewiętnastego wieku w nauce istniał pogląd, że dostarczyła ona, lub dostarczy w najbliższym czasie, w pełni wyczerpującej wiedzy na temat zjawisk zachodzacych w przyrodzie. Wprawdzie do nierozwiązanych wówczas zagadnień należał jeszcze tzw. problem zmienniczości równań Maxwella względem transformacji Galileusza (rozdz. 1.1) oraz problem promieniowania ciała doskonale czarnego (rozdz. 1.2), ale oczekiwano, że i one będą wkrótce wyjaśnione na podstawie ówcześnie znanych praw. Z czasem zaczęto jednak podejrzewać, że zagadnień tych nie da się rozwiązań na gruncie wiedzy dotychczasowej. Na przełomie XIX i XX wieku pojawiały się bowiem trudności z interpretacją niektórych obserwowanych zjawisk, takich jak: zjawisko fotoelektryczne, promieniowanie rentgenowskie, model atomu wg Thomsona, model atomu wg Rutheforda, model atomu wg Bohra, elektronowa teoria przewodnictwa, promieniotwórczość... Jednak decydujący przełom w fizyce nastąpił wskutek przezwyciężenia impasu związanego ze wspomnianym zagadnieniem zmienniczości równań Maxwella (rozdział 2) i promieniowania ciała doskonale czarnego (rozdział 3).

1.1. Równania Maxwella w transformacji Galileusza oraz w transformacji Lorentza

1.1.1. Transformacje Galileusza

Niech dwa układy U i U' poruszają się względem siebie ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością unoszenia $\vec{v}_u$. Jeżeli pewien punkt P przedstawiony jest w układzie U położeniem $\vec{r}$, to według transformacji Galileusza owe położenie transformuje się do układu ruchomego U' w sposób następujący:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_u t$$



Rys.1. Układ nieruchomy (linie przerywane) i układ unoszony z prędkością $\vec{v}_u$ (gruba linia ciągła)

Prędkość unoszenia w układzie kartezjańskim może być przedstawiona jako suma rzutów na poszczególne osie (x, y, z):

$$\vec{v}_u = v_{ux}\, \boldsymbol{i} + v_{uy}\, \boldsymbol{j} + v_{uz}\, \boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

Ponadto w transformacji Galileusza przyjmuje się, że czas w obu układach upływa jednakowo:

$$t' = t$$

Weźmy pod uwagę odcinek, którego jeden koniec ma w układzie nieprimowanym współrzędne (x_1, y_1, z_1), a drugi (x_2, y_2, z_2). Długość tego odcinka wynosi:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{1.2}$$

W efekcie zastosowania przekształceń Galileusza długość tego odcinka w układzie primowanym wyrazi się następująco:

$$l' = \sqrt{((x_2 - v_{ux}t) - (x_1 - v_{ux}t))^2 + ((y_2 - v_{uy}t) - (y_1 - v_{uy}t))^2 + ((z_2 - v_{uz}t) - (z_1 + v_{uz}t))^2} = \\ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l \tag{1.3}$$

Zatem długość jest w transformacji Galileusza niezmiennicza.

Prędkość $\vec{v}$ jest naturalnie zmiennicza (wynika to z zasady względności ruchu):

$$\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_u \tag{1.4}$$

W analogiczny sposób można wykazać, że wszystkie założenia mechaniki Newtona są niezmiennicze w transformacji Galileusza. Na przykład - że przyśpieszenie jest proporcjonalne do przyłożonej siły:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \tfrac{1}{m}\vec{F} \tag{1.5}$$

W układzie U', jak wynika z poniższego wywodu, przyśpieszenie jest nadal proporcjonalne do przyłożonej siły.

$$\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = \frac{d^2(\vec{r} - \vec{v}_u t)}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} - \frac{d^2(\vec{v}_u t)}{dt^2} = \frac{d^2(\vec{r})}{dt^2} - \frac{d\vec{v}_u}{dt} = \frac{d^2(\vec{r})}{dt^2} - 0 = \tfrac{1}{m}\vec{F} \tag{1.6}$$

Zatem nie da się zaprojektować takiego testu, za pomocą jakiego dałoby się ustalić, czy układ porusza się, czy pozostaje w spoczynku.

1.1.2. Transformacje Lorentza

Wkrótce po opublikowaniu przez Maxwella swoich elektrodynamicznych równań okazało się, że są one zmiennicze wględem transformacji Galileusza, a to prowadzi do wniosku, że za pomocą doświadczeń elektromagnetycznych można określić czy układ jest ruchomy, czy nie. Takim doświadczeniem mógłby być pomiar szybkości światła biegnącego od dalekiej gwiazdy; ale pomiar dwukrotny, mianowicie w chwili, gdy na swej orbicie Ziemia zbliża się do gwiazdy, i w chwili, gdy oddala się. Takie doświadczenie zostało przeprowadzone przez Michelsona i Morley'a, - ze skutkiem negatywnym! Okazało się bowiem, że światło porusza z tą samą szybkością, niezależnie od prędkości poruszania się układu. Z tego względu należało albo zaprzeczyć słuszności równań Maxwella, albo szukać innych rozwiązań. Hendrik Lorentz dobrał formuły przekształceń tak, aby równania Maxwella względem tych nowych transformacji były niezmiennicze. Owe *transformacje Lorentza* przyjęły następującą postać:

$$\vec{r}' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}(\vec{r} - \vec{v}_u t) \tag{1.7}$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}_u}{c^2}\right) \tag{1.8}$$

W celu łatwiejszego zrozumienia tych transformacji przyjmijmy, że układ jest unoszony w kierunku osi OX. Wtedy przyjmują one postać:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}(x - v_u t) \tag{1.9}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_u^2}{c^2}}}\left(t - \frac{x \cdot v_u}{c^2}\right) \qquad (1.10)$$

Oczywiście mechanika newtonowska jest zmiennicza względem transformacji Lorentza. Matematyk Herman Minkowski zaproponował wprowadzenie w miejsce trójwymiarowego kartezjańskiego układu współrzędnych układ czterowymiarowy, w którym trzy wymiary to klasyczne współrzędne kartezjańskie, natomiast czwarty wymiar to współrzędna urojona – czas. W przestrzeni Minkowskiego transformacje Lorentza dają się wyprowadzić w następstwie rozważań analogicznych jak transformacje Galileusza w przestrzeni Kartezjusza. Ponieważ codzienność dostarczała przesłanek, że równania Maxwella są poprawne (szczególnie doświadczalne wykazanie istnienia fal elektromagnetycznych przez Morse'a i późniejsze wykorzystanie tego zjawiska do bezprzewodowego przesyłania informacji na odległość), błąd musiał leżeć gdzie indziej - zabrakło wiedzy w granicach ówczesnej nauki potrzebnej do tego, aby te niezgodności uzasadnić teoretycznie.

1.2. Widmo promieniowania ciała doskonale czarnego

1.2.1. Pojęcie widma zdolności emisyjnej

Widmo *zdolności emisyjnej* E(λ) (zwane również *spektralną zdolnością emisyjną*) jest funkcją długości fali (lub częstotliwości). Umożliwia ona określenie mocy promieniowania emitowanego z jednostki powierzchni ciała w określonym przedziale długości fal. Jej matematyczny zapis to pochodna mocy z jednostki powierzchni względem długości fali:

$$E(\lambda) = \frac{dP}{d\lambda} \qquad (1.11)$$

albo w formie różniczki:

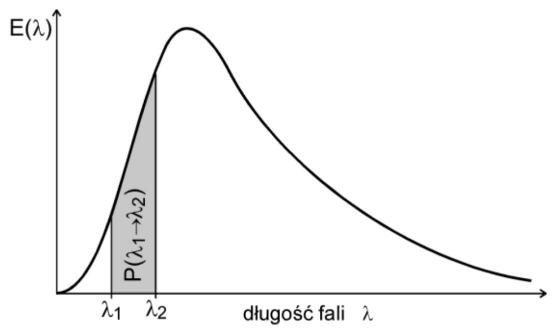
$$dP = E(\lambda)\, d\lambda \qquad (1.12)$$

Powyższy zapis odczytuje się następująco: elementarna moc promieniowania jednostki powierzchni zawarta w elementarnym przedziale długości fal, to iloczyn zdolności emisyjnej i elementarnego przedziału długości fal.

Zatem oczywistym jest, że moc promieniowania zawarta w określonym przedziale λ_1 - λ_2, czyli tzw. *całkowita zdolność emisyjna*, to całka z widma w granicach tych długości fal:

$$P(\lambda_1 \to \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda)\, d\lambda \qquad (1.13)$$

Pod koniec XIX wieku pojawiły się możliwości pomiarowe względem tak zdefiniowanej funkcji E(λ). Mianowicie, dla poszczególnych wąskich przedziałów długości fal Δλ (uzyskiwanych za pomocą monochromatora) mierzono moce promieniowania ΔP (za pomocą kliszy fotograficznej). Po naniesieniu wyników na wykres otrzymywano kształt funkcji E(λ) jak na rysunku 2.



Rys. 2. Widmo spektralnej zdolności emisyjnej.

Zanalizowano wówczas widma pochodzące od tzw. *ciała doskonale czarnego* (*zdolność emisyjna* $C(\lambda,T)$) oraz *ciał szarych* (*zdolność emisyjna* $E(\lambda,T)$) uzyskane w różnych temperaturach. Idea ciała doskonale czarnego realizowana jest w praktyce w postaci otworu prowadzącego do wnęki wykonanej z żaroodpornego materiału. Badano także zdolność absorpcyjną różnych innych (szarych) ciał $A(\lambda,T)$:

$$A(\lambda,T)=\frac{E-E_R-E_T}{E} \tag{1.14}$$

gdzie: E – natężenie fali padającej,

E_R – natężenie fali odbitej,

E_T – natężenie fali przechodzącej.

Wyprowadzono szereg wniosków znanych jako prawo promieniowania Kirchhoffa, prawo Stefana-Boltzmana oraz prawo przesunięć Wiena.

Prawo Kirchhoffa dotyczy nieprzeźroczystego ciała o temperaturze T i głosi, że dla promieniowania elektromagnetycznego o długości fal w pewnym przedziale $\lambda \to \lambda + d\lambda$ stosunek zdolności emisyjnej $E(\lambda,T)$ tego ciała do jego zdolności absorpcyjnej $A(\lambda,T)$ nie zależy od rodzaju ciała i jest równy zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego $C(\lambda,T)$ w tym zakresie długości fal, i w tej temperaturze. Wynika stąd, że jeżeli ciało emituje promieniowanie o danej długości fali, ma też zdolność do pochłaniania takiego światła.

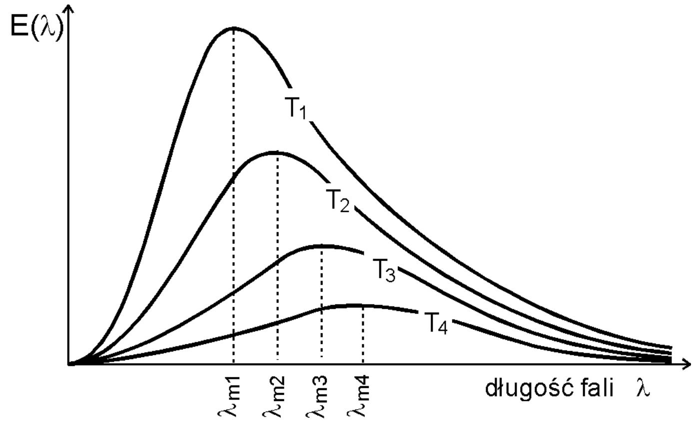
Prawo Stefana-Boltzmana: całkowita moc promieniowania $C(T)$ z jednostki powierzchni ciała doskonale czarnego jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury:

$$C(T) \equiv P(0 \to \infty) = \int_0^\infty E(\lambda,T)\, d\lambda = \sigma\, T^4 \tag{1.15}$$

gdzie σ - stała Stefana-Boltzmana ($5{,}67051 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}). Dotyczy to również ciała szarego, przy czym $C(T)$ pomnożone jest wówczas przez współczynnik mniejszy od jedności, o wartości charakterystycznej dla danego ciała.

Prawo przesunięć Wiena: iloczyn długości fali, przy jakiej funkcja osiąga maksimum λ_m oraz temperatury T, w jakiej prowadzono pomiary – jest wartością stałą:

$$\lambda_m \cdot T = \text{const} = 2{,}898 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \tag{1.16}$$



Rys. 3. Spektralne przebiegi zdolności emisyjnej uzyskane w różnych temperaturach.

Analityczne opisy zdolności emisyjnej ustalono w latach dziewięćdziesiątych dziewiętnastego wieku. W historii fizyki najbardziej znany jest rozkład Wiena oraz rozkład Rayleigha-Jeansa. Wien otrzymał kształt swojej funkcji (1.17) w następstwie rozważań nad rozkładem częstotliwości promieniowania w sposób analogiczny jak rozkład szybkości cząstek wg Maxwella.

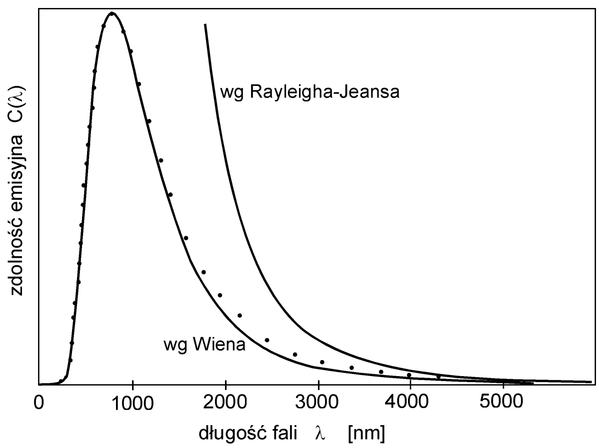
$$C(\lambda,T)=\frac{c_1\ \lambda^{-5}}{\exp(\frac{c_2}{\lambda T})} \tag{1.17}$$

gdzie c_1 i c_2 są stałymi ustalanymi eksperymentalnie.

Natomiast Rayleigh i Jeans wyprowadzając funkcję opisującą spektralną zdolność emisyjną (1.18) zakładali, że promieniowanie jest emitowane przez oscylatory atomowe (w analogii do ówcześnie świeżo odkrytej emisji fal elektromagnetycznych przez anteny radiowe), przy czym każdy rodzaj drgań wiąże się z energią kT (gdzie k jest stałą Boltzmanna).

$$C(\lambda,T)=\frac{c_1}{c_2}T\ \lambda^{-4} \tag{1.18}$$

Kształty powyższych funkcji pokazane są na rys. 4 na tle punktów pomiarowych. Rozkład Wiena opisuje dobrze dane doświadczalne w przedziale fale krótkich, natomiast rozkład Rayleigha-Jeansa, na odwrót, jest przydatny tylko w obszarze fal długich. Poza tym Rozkład Rayleigha-Jeansa prowadzi przy falach krótkich do tzw. „katastrofy w ultrafiolecie", czyli nieskończenie wysokiej mocy promieniowania w przedziale fal najkrótszych.



Rys. 4. Pomierzona zdolność emisyjna ciała doskonale czarnego w zależności od długości fali (punkty) oraz teoretyczne przebiegi zdolności emisyjnej wg. Wien'a i Raighley'a-Jeans'a.

W dniu 19 października 1900 r. na spotkaniu w Niemieckim Towarzystwie Fizycznym w Berlinie (rys. 5) Max Planck zaproponował poprawkę do rozkładu Wiena poprzez zmniejszenie mianownika o liczbę jeden (1.19):

$$C(\lambda, T) = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp(\frac{c_2}{\lambda T}) - 1} \tag{1.19}$$

Rys. 5. Magnus-Haus (siedziba dawnego Niemieckiego Towarzystwa Fizycznego *http://www.dpg-physik.de/mhb/haus.htm*) w Berlinie, gdzie Max Plank 14 października 1900 r. przedstawił słynne wyrażenie na zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego.

Zabieg ten w zaskakujący sposób poprawił kształt wykresu zależności zdolności emisyjnej od długości fali. Dane eksperymentalne opisywane są przez rozkład Plancka w sposób całkowicie zadowalający. Wystąpił jednak niedostatek wiedzy w granicach ówczesnej nauki, wiedzy niezbędnej, aby taki właśnie analityczny opis uzasadnić teoretycznie.