

Instrukcja ćwiczenia

Ćwiczenie nr	3.1
Temat :	Badanie dynamiki podstawowych członów automatyki.
Stanowisko laboratoryjne	3.1
Opracował :	

Obowiązuje w roku akademicki

Rok akademicki	Zatwierdził	Data	Podpis
2008/09	Prof.dr inż A Brandowski	2014.02.10	

Instrukcja nr. 3A

1. Temat ćwiczenia:

Badanie dynamiki podstawowych członów automatyki - Inercja.

2. Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie odpowiedzi układów inercyjnych I i wyższego rzędu na wymuszenie skokowe i sinusoidalne.

3. Zakres wymaganych wiadomości:

- rodzaje członów automatyki, wymuszeń i ich odpowiedzi,
- podstawowe elementy potrzebne do budowy członów inercyjnych,
- sposoby ich łączenia,
- transmitancja członu inercyjnego I i wyższego rzędu,
- parametry charakteryzujące odpowiedzi elementów inercyjnych na wymuszenia skokowe oraz sposoby ich wyznaczania (stała czasowa, opóźnienie i wzmocnienie),
- parametry charakteryzujące odpowiedzi elementów inercyjnych na wymuszenia sinusoidalne oraz sposoby ich wyznaczania (moduł i przesunięcie fazowe)

4. Przebieg ćwiczenia:

połączyć układ w/g podanego schematu na stanowisku pomiarowym, podać na wejściu sygnał skokowy lub sinusoidalny i zarejestrować odpowiedzi na komputerze.

5. Pomoce i urządzenia:

zestaw oporów i pojemności, zestaw komputerowy z przetwornikami do rejestracji wyników i wygenerowania sygnału sinusoidalnego, stacja pneumatyczna.

6. Treść sprawozdania:

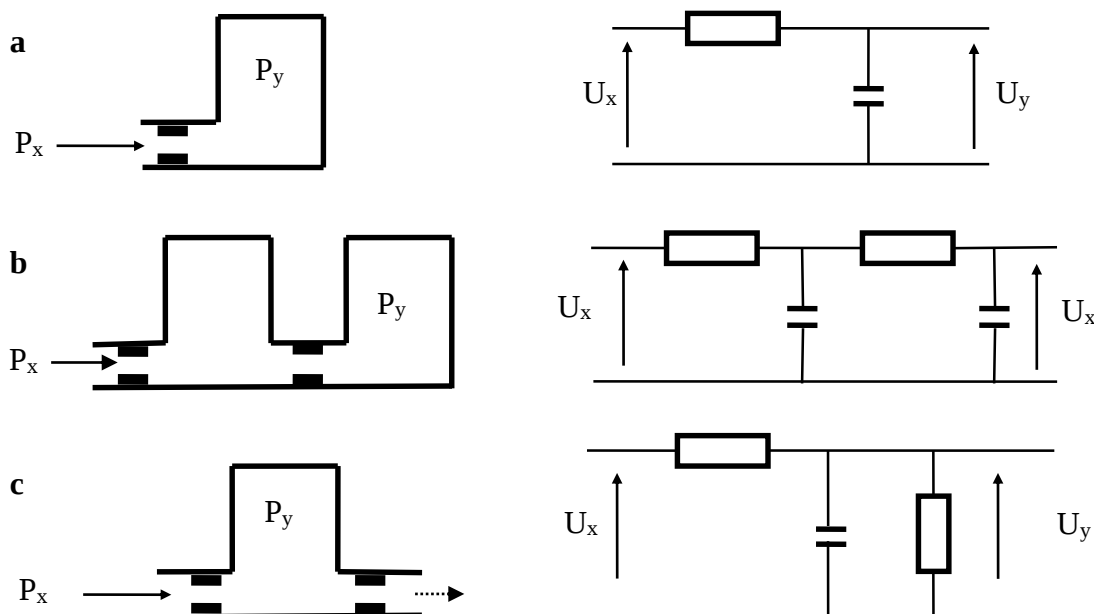
krótka część wstępna, schemat pomiarowy z oznaczeniem elementów w/g symboliki znormalizowanej, wykresy odpowiedzi członów na wymuszenie, obliczenie, tabele porównawcza, wnioski.

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie odpowiedzi układów inercyjnych na wymuszenie skokowe i sinusoidalne.

2. Wprowadzenie

W układach pneumatycznych, np. w regulatorach, występują komory sztywne o pewnej objętości V , którą dalej oznaczać będziemy C , gdyż komory te zwane są również pojemnościami pneumatycznymi. W połączeniu z oporami (zwężkami) tworzą one człony inercyjne. Na rysunku 3 podano przykłady członów inercyjnych pneumatycznych oraz ich odpowiedniki w układach elektrycznych.



Rys.1. Człony inercyjne RC

a - I rzędu, b - II rzędu, c - dzielnik ciśnienia z inercyjnością I rzędu

Równania ruchu i stała czasowa członu inercyjnego I rzędu:

Wyprowadzenie równania ruchu oraz obliczenie stałej czasowej członu inercyjnego I rzędu przy założeniu, że wielkością wyjściową jest Δp_y , a wejściową Δp_x . Stała czasowa obliczona jest dla przemiany adiabatycznej. Człon inercyjny został stworzony z komory o objętości V_k i oporu stałego o średnicy d i długości l .

Objętościowe natężenie przepływu przez opór wynosi:

$$Q_k = \frac{\pi d^4}{128 \mu l} (p_x - p_y) \quad \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

gdzie :

p_x, p_y	[Pa] –ciśnienia przed i za oporem,
V_k	[m ³] – objętość komory,
d	[m] – średnica oporu,
l	[m] – długość oporu,

$\mu = 1,85 \cdot 10^{-5} \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right]$ - dynamiczny współczynnik lepkości dla powietrza o temp. 20 C,

$R = 287 \left[\frac{m^2}{s^2 \cdot K} \right]$ - stała gazowa dla powietrza,

$\chi = 1,4$ - wykładnik adiabaty

$\rho = 1,2 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ - gęstość powietrza w temperaturze 20 °C.

$T_{ko} = 293 [K]$ - temperatura otoczenia.

Dla przemiany adiabatycznej z równania stanu gazu otrzymamy:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{V_k}{\chi R T_{ko}} \frac{d\Delta p_y}{dt} \quad (1)$$

Masowe natężenie przepływu powietrza przez kapilarę (opór) wynosi:

$$Q_1 = Q_k \cdot \rho = \frac{\pi d^4 \rho}{128 \mu l} (p_x - p_y) \quad (2)$$

Przyrosty natężenia przepływu na skutek zmian ciśnienia:

$$\Delta Q_1 = \left(\frac{\partial Q_1}{\partial p_x} \right)_0 \Delta p_x + \left(\frac{\partial Q_1}{\partial p_y} \right)_0 \Delta p_y$$
$$\Delta Q_1 = \frac{\pi d^4 \rho}{128 \mu l} (\Delta p_x - \Delta p_y) \quad (3)$$

Przyrost wagowego natężenia przepływu powietrza powoduje masowy przyrost powietrza w komorze w jednostce czasu i jest mu równy liczbowo, a więc:

$$\frac{d\Delta G}{dt} = \Delta Q_1;$$
$$\frac{V}{\chi R T_{ko}} \frac{d\Delta p_y}{dt} = \frac{\pi d^4 \rho}{128 \mu l} (\Delta p_x - \Delta p_y)$$

Po przekształceniu otrzymamy:

$$\frac{128 \mu l V_k}{\chi R T_{ko} \pi d^4 \rho} \frac{d\Delta p_y}{dt} + \Delta p_y = \Delta p_x$$

lub równanie ruchu:

$$T \frac{d\Delta p_y}{dt} + \Delta p_y = \Delta p_x \quad (4)$$

gdzie stała czasowa T wynosi:

$$T = \frac{128 \mu l V_k}{\chi R T_{ko} \pi d^4 \rho} \quad k = 1 \quad (5)$$

$$G(s) = \frac{k}{T \cdot s + 1}$$

3. Wprowadzenie

Charakterystykami częstotliwościowymi nazywamy zależności stosunku amplitud sinusoidalnych sygnałów wyjściowego i wejściowego oraz kąta przesunięcia fazowego między nimi od częstotliwości sygnału wejściowego.

W eksperymentalnym wyznaczaniu charakterystyk częstotliwościowych na wejście badanego układu podany jest sygnał sinusoidalny o postaci:

$$x = A_1(\omega) \cdot \sin(\omega t) = \text{Im}[A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t}]$$

Odpowiedzią na to wymuszenie będzie sygnał również sinusoidalny o tej samej częstotliwości oraz o innej amplitudzie i przesunięciu fazowym.

$$y = A_2(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi(\omega)) = \text{Im}[A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi(\omega))}]$$

Jeśli przyjmiemy, że wymuszenie jest sygnał zespolony $x = A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t}$, odpowiedzią układu w stanie ustalonym będzie sygnał zespolony $y = A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi(\omega))}$.

Stosunek amplitud zespolonych sygnałów wyjściowego i wejściowych nazywamy transmitancją widmową $G(j\omega)$

$$G(j\omega) = \frac{A_2(\omega) \cdot e^{j(\omega t + \varphi(\omega))}}{A_1(\omega) \cdot e^{j\omega t}} = M(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

gdzie: $M(\omega)$ - stosunek amplitud sinusoidalnych sygnałów wyjściowego i wejściowego,

$\varphi(\omega)$ - przesunięcie fazowe pomiędzy sinusoidalnymi sygnałami wyjściowymi i wejściowymi.

Analitycznie transmitancję $G(j\omega)$ otrzymuje się z transmitancji operatorowej $G(s)$:

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}$$

Transmitancja widmowa jest liczbą zespoloną zależną od pulsacji ω . Można ją, zatem napisać w postaci:

$$G(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad \text{lub} \quad G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

gdzie:

$P(\omega) = \text{Re}[G(j\omega)]$ - część rzeczywista,

$Q(\omega) = \text{Im}[G(j\omega)]$ - część urojona,

Stąd

$$M(\omega) = \frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)} = |G(j\omega)| = \sqrt{[P(\omega)]^2 + [Q(\omega)]^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Transmitancja widmowa dla elementu inercyjnego I rzędu:

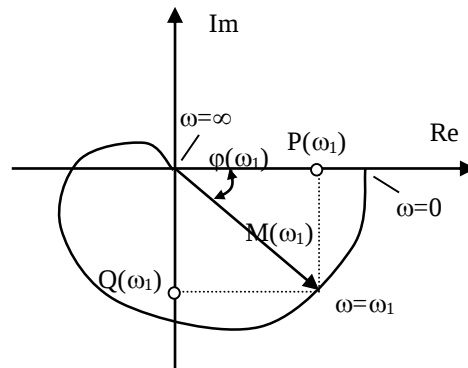
$$G(j\omega) = \frac{k}{(T^2\omega^2 + 1)} + \frac{-kT\omega}{(T^2\omega^2 + 1)} j = P(\omega) + jQ(\omega)$$

Transmitancja widmowa dla elementu inercyjnego II rzędu:

$$G(j\omega) = \frac{k(1 - T_1T_2\omega^2)}{(1 - T_1T_2\omega^2)^2 + \omega^2(T_1 + T_2)^2} + \frac{-k\omega(T_1 + T_2)}{((1 - T_1T_2\omega^2)^2 + \omega^2(T_1 + T_2)^2)} j = P(\omega) + jQ(\omega)$$

Dla danej pulsacji ω_1 transmitancja widmowa wyznacza na płaszczyźnie liczb zespolonych punkt o współrzędnych $[P(\omega_1), Q(\omega_1)]$. Punkt ten można uważać za koniec wektora o długości $M(\omega_1)$ i kącie nachylenia względem osi odciętych równym $\varphi(\omega_1)$. Zbiór tych punktów, odpowiadających pulsacjom ω z przedziału $(0, \infty)$ tworzy **charakterystykę amplitudowo-fazową Nyquist'a**.

Charakterystyką częstotliwościową amplitudową nazywa się wykres modułu $M(\omega)$ transmitancji widmowej w funkcji pulsacji ω . **Charakterystyką częstotliwościową fazową** nazywa się wykres argumentu $\varphi(\omega)$ transmitancji widmowej w funkcji pulsacji ω .

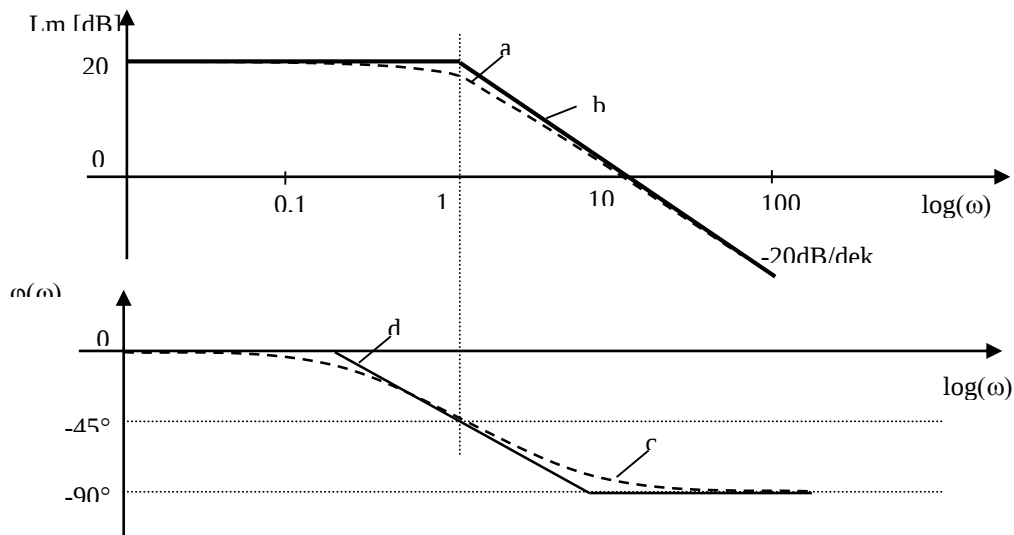


Rys. Charakterystyka amplitudowo-fazowa Nyquist'a.

Bardzo często charakterystykę amplitudową wykreśla się w skali logarytmicznej i wówczas nosi ona nazwę **logarytmicznej charakterystyki amplitudowej**. Wprowadza się przy tym pojęcie modułu logarytmicznego

$$Lm[G(j\omega)] = 20 \log|G(j\omega)| = 20 \log[M(\omega)]$$

Jednostką modułu logarytmicznego jest decybel [dB]. Dziesięciokrotna zmiana pulsacji nosi nazwę dekad. Często logarytmiczna charakterystyka amplitudowa jest aproksymowana odcinkami linii prostych w przedziale $\omega \in (0, \infty)$, która nazywana jest **logarytmiczną asymptotyczną charakterystyką amplitudową**. Taka charakterystyka składa się z odcinków o nachyleniach będących całkowitą wielokrotnością 20 dB/dekadę.



Rys. Charakterystyki logarytmiczne członu inercyjnego I rzędu $G(s) = \frac{1}{s+1}$:

a - amplitudowa, *b* - amplitudowa asymptotyczna, *c* - fazowa, *d* - fazowa asymptotyczna

Powszechność stosowania charakterystyk logarytmicznych wynika z łatwości:

- określania charakterystyki wypadkowej połączenia szeregowego kilku członów automatyki,

- wyznaczania przybliżonego przebiegu charakterystyk amplitudowej i fazowej, korzystając ze znajomości transmitancji widmowej,
- badania stabilności układu automatyki,
- projektowania członów korekcyjnych.

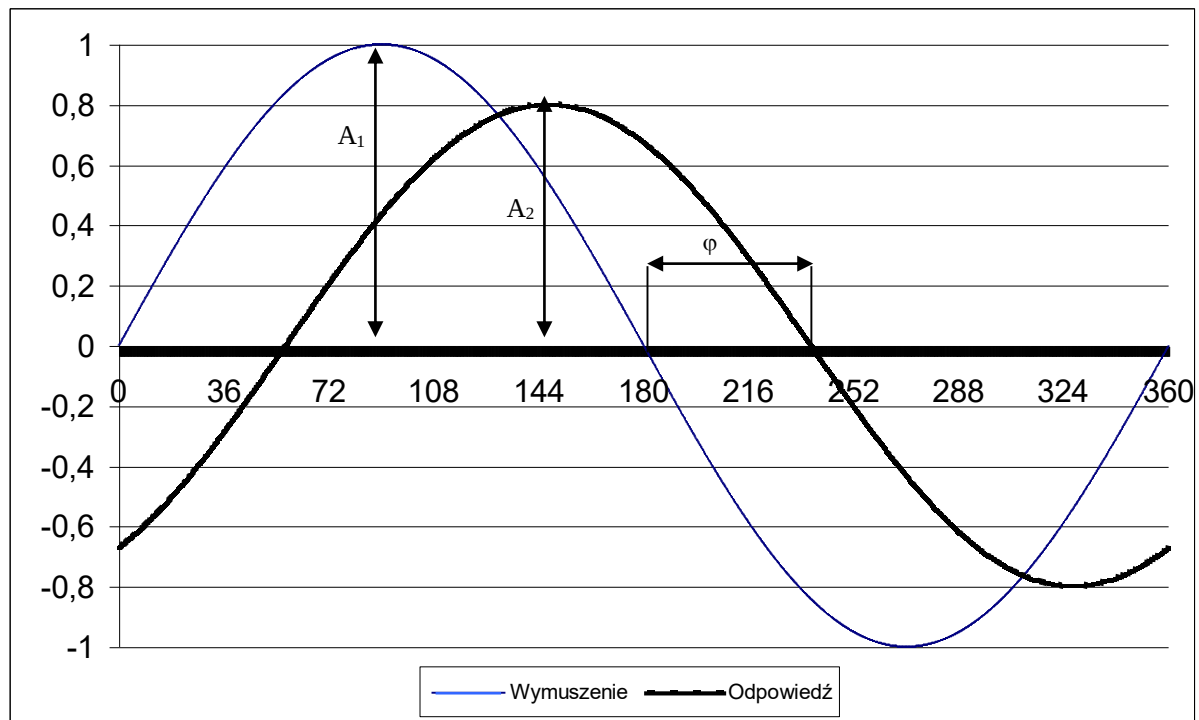
Określanie charakterystyki wypadkowej połączenia szeregowego kilku członów automatyki polega na graficznym sumowaniu logarytmicznych charakterystyk amplitudowych i fazowych poszczególnych członów, ponieważ:

$$Lm[G(j\omega)] = Lm[G_1(j\omega) \cdot G_2(j\omega)] = 20 \log |G_1(j\omega) \cdot G_2(j\omega)| = 20 \log [|G_1(j\omega)| \cdot |G_2(j\omega)|] = 20 \log |G_1(j\omega)| + 20 \log |G_2(j\omega)| = Lm[G_1(j\omega)] + Lm[G_2(j\omega)]$$

oraz $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arg [G_1(j\omega) \cdot G_2(j\omega)] = \arg [G_1(j\omega)] + \arg [G_2(j\omega)]$

Ćwiczenie

Wyznaczenie stałej czasowej T oraz współczynnika wzmocnienia k na podstawie odpowiedzi elementu inercyjnego na wymuszenie sinusoidalne.



Transmitancja widmowa elementu inercyjnego pierwszego rzędu jest następująca:

$$G(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1} \quad (6)$$

Część rzeczywistą i urojoną $G(j\omega)$ wyznaczamy mnożąc licznik i mianownik transmitancji przez liczbę zespoloną sprzężoną z mianownikiem,

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + jT\omega} \cdot \frac{1 - jT\omega}{1 - jT\omega} = \frac{k(1 - jT\omega)}{1 + T^2\omega^2}$$

stąd:

$$P(\omega) = \frac{k}{T^2\omega^2 + 1}$$

$$Q(\omega) = \frac{-kT\omega}{T^2\omega^2 + 1} \quad (7)$$

Z uzyskanego podczas ćwiczenia wykresu możemy odczytać wielkość przesunięcia fazowego $\varphi(\omega)$ oraz wielkość modułu $M(\omega)$ dla danej pulsacji ω , który jest równy stosunkowi amplitud:

$$M(\omega) = \frac{A_2}{A_1}, \quad (8)$$

Z układu równań (9), po podstawieniu wzorów (7), możemy wyznaczyć wielkość stałej czasowej T oraz współczynnika k .

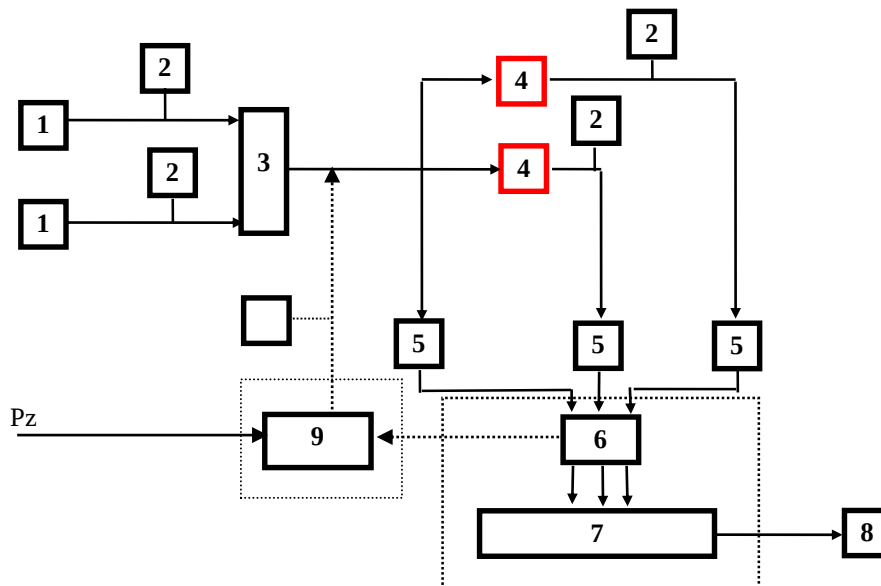
$$\left\{ \begin{array}{l} M(\omega) = \sqrt{[P(\omega)]^2 + [Q(\omega)]^2} \\ \varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}} \\ \varphi(\omega) = -\arctg(T\omega) \end{array} \right.$$

Niezależnie od częstotliwości ω parametry transmitancji inercji I rzędu stała czasowa T i wzmacnienie k powinny wyjść zbliżone. Dodatkowo wzmacnienie jest znane dla danego przykładu i wynosi $k = 1$. Takie wyniki potwierdzają poprawność wykonania ćwiczenia i obliczeń.

4. Stanowisko pomiarowe.

Podczas badania członów inercyjnych korzysta się ze stacji oraz z zestawów laminarnych oporów pneumatycznych i komór. Przy oporach podano średnicę oraz długości zwężki np. $\varnothing 0,39 - 18$, oznacza średnicę zwężki 0,39 mm, długość zwężki 18 mm.



Rys.2. Schemat stanowiska pomiarowego

1 - reduktor ciśnienia, 2 - manometr, 3 - zawór 2-położeniowy 3-drogowy, 4 - badany układ RC, 5 - przetwornik ciśnienia, 6 - karta analogowo-cyfrowa, 7 - komputer, 8 - drukarka, 9 – przetwornik elektro-pneumatyczny,

5. Przebieg ćwiczenia

5.1. Połączyć układ pomiarowy zgodnie z rysunkiem 2.

Uwaga: Dla wymuszeń skokowych połączyć układ jak na rysunku 2 pomijając element 9.

Dla wymuszeń sinusoidalnych nie podłączać elementów 1, 2, i 3.

5.2. Dla danego układu RC podać wymuszenie skokowe na wejściu do układu (wartości wymuszeń poda prowadzący)

5.3. Zarejestrować zmiany ciśnienia wyjściowego p_y

5.4. Powtórzyć punkty 5.2 i 5.3 dla wymuszenia sinusoidalnego

6. Sprawozdanie z ćwiczenia

W sprawozdaniu podać

6.1. Schematy połączeń układów pomiarowych z oznaczeniem elementów wg symboliki znormalizowanej wraz z krótkim opisem przebiegu ćwiczenia.

6.2. Obliczyć odpowiednio stałe ze wzoru 5 dla poszczególnych układów inercyjnych I rzędu z oporami laminarnymi.

6.3. Odcinki taśmy z odpowiedziami układów inercyjnych z naniesionymi stałymi czasowymi, **wyznaczonymi metodą stycznej.**

6.3. Odcinki taśmy z odpowiedziami układu inercyjnego II i III rzędu z naniesionymi stałymi czasowymi, **wyznaczonymi metodą stycznej w punkcie przegięcia.**

6.4. Dla wymuszenia sinusoidalnego wyznaczyć parametry: moduł, przesunięcie fazowe i stałą czasową oraz wzmocnienie.

6.5 Parametry modułu M i przesunięcia fazowego ϕ nanieść na wykres częstotliwościowy Nyquista oraz Bodego, uzupełnić o linie teoretyczne i asymptotyczne.

6.6. Porównać wyniki otrzymane metodą graficzną z wynikami uzyskanymi metodą analityczną.

6.7. Wnioski.

7. Pytania kontrolne:

1. Rodzaje członów automatyki,
2. Podstawowe elementy potrzebne do budowy członów inercyjnych,
3. Rodzaje wymuszeń.
4. Odpowiedzi elementów inercyjnych na wymuszenia skokowe i sinusoidalne.
5. Różnica pomiędzy odpowiedziami elementów inercyjnych I a wyższego rzędu na wymuszenia skokowe.
6. Transmitancja członu inercyjnego I i wyższego rzędu,
7. Parametry charakteryzujące odpowiedzi elementów inercyjnych na wymuszenia skokowe oraz sposoby ich wyznaczania (stała czasowa, opóźnienie i wzmocnienie),
8. Parametry charakteryzujące odpowiedzi elementów inercyjnych na wymuszenia sinusoidalne oraz sposoby ich wyznaczania (moduł i przesunięcie fazowe)
9. Wpływ oporu i pojemności na stałą czasową elementu inercyjnego.
10. Wpływ stałej czasowej na przebieg odpowiedzi skokowe i sinusoidalne.
11. Wpływ częstotliwości wymuszenia sinusoidalnego na moduł i przesunięcie fazowe odpowiedzi względem wymuszenia.