UNIWERSYTET MORSKI W GDYNI
WYDZIAŁ MECHANICZNY

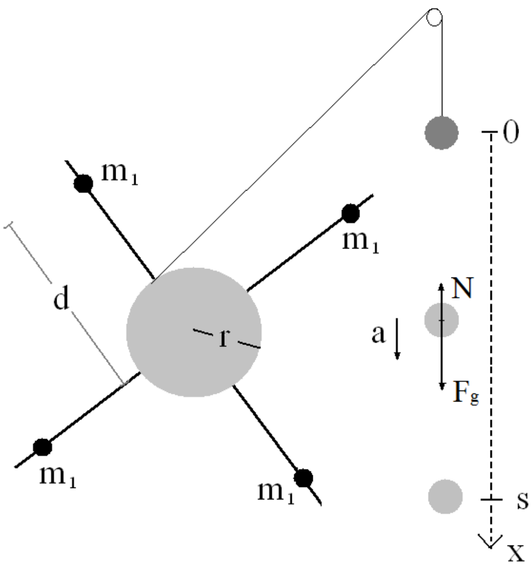
PRACOWNIA FIZYKI – LABORATORIUM
KATEDRA FIZYKI

Wprowadzenie teoretyczne

Doświadczenie „B R Y Ł A"

Druga zasada dynamiki dla ruchu postępowego mówi, że przyspieszenie *a* jest proporcjonalne do przyłożonej niezrównoważonej siły wypadkowej *F*, a współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność masy *m*.
W ruchu obrotowym występuje analogia: przyspieszenie kątowe ε jest proporcjonalne do przyłożonego momentu siły *M*, a współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność momentu bezwładności *I*:

$$\vec{\varepsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$$



W wahadle Oberbecka na końcu nici zawieszamy odważnik o masie m, którego ciężar wynosi $F_g = mg$. Nić i odważnik m poruszać się będą z pewnym przyśpieszeniem a.
Siła naciągu nici może być wyrażona jako $N = mg - ma$, jest ona odpowiedzialna za moment siły wprawiający bryłę w ruch obrotowy:

$$M = r\cdot(mg - ma)$$

Moment bezwładności wahadła Oberbecka I jest sumą momentu bezwładności I_o krzyżaka połączonego ze szpulą oraz momentów bezwładności czterech ciężarków m_1, umieszczonych w odległości d od osi obrotu:

$$I = I_0 + 4\, m_1 d^2$$

Po podstawieniu powyższych do II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego otrzymujemy równanie:

$$\varepsilon=\frac{r\cdot(mg-ma)}{I_0+4\cdot m_1 d^2}$$

Na powyższym rysunku ruch ciężarka m rozpoczyna się w położeniu 0, bez prędkości początkowej. Jeżeli zmierzymy czas t_s w którym pokona on drogę s, to zakładając ruch jednostajnie zmienny otrzymamy $s=\frac{a t_s^2}{2}$. Stąd średnie przyspieszenie odważnika: $a=\frac{2s}{t_s^2}$ jest też przyspieszeniem stycznym szpuli w punkcie nawinięcia nici (styczności).

Po uwzględnieniu zależności $\varepsilon = a/r$, otrzymamy wzór na przyspieszenie kątowe wahadła Oberbecka $\varepsilon=\frac{2s}{r t_s^2}$.

Druga zasada dynamiki w ruchu obrotowym dla wahadła Oberbecka ma więc postać: $\frac{2s}{r t_s^2}=\frac{\left(mg-m\frac{2s}{t_s^2}\right)r}{I_0+4\cdot m_1 d^2}$,

którą możemy przekształcić: $m r^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)=I_0+4\cdot m_1 d^2$. Ten wzór pozwala na **wyznaczanie** I_0 jako współczynnika wysokości na wykresie $m r^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)$ od d^2.

Przyspieszenie kątowe jest odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności. **Sprawdzenie** odwrotnej proporcjonalności przyspieszenia kątowego od momentu bezwładności bryły można pokazać np. analizując liniowość równania: $\varepsilon^{-1}=\frac{I}{M}$, które po podstawieniach da postać: $\frac{r t_s^2}{2s}=\frac{4 m_1 d^2}{M}+\frac{I_0}{M}$.

Pytania do przygotowania:

„B R Y Ł A”

1. Zasady dynamiki Newtona dla ruchu postępowego i obrotowego.
2. Podaj definicję i jednostkę prędkości kątowej.
3. Podaj definicję i jednostkę przyspieszenia kątowego.
4. Moment bezwładności punktu materialnego
5. Moment bezwładności bryły sztywnej - przykłady.
6. Podaj jednostkę momentu bezwładności.
7. Twierdzenie Steinera.
8. Moment pędu.
9. Moment siły.
10. Podaj jednostkę momentu siły.
11. Praca w ruchu obrotowym.
12. Energia kinetyczna i potencjalna w ruchu postępowym.
13. Energia kinetyczna ruchu obrotowego.
14. Prawo zachowania momentu pędu.
15. Prawo zachowania energii mechanicznej.

Szablon metodyczny

„B R Y Ł A"

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności krzyżaka metodą dynamiczną w ruchu obrotowym.
Student 2: Sprawdzanie zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności.

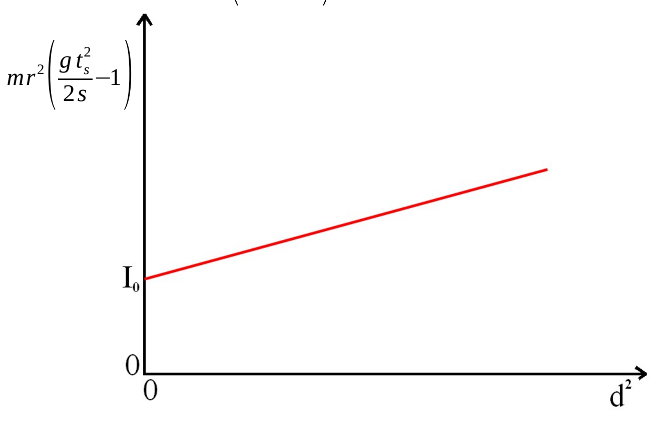
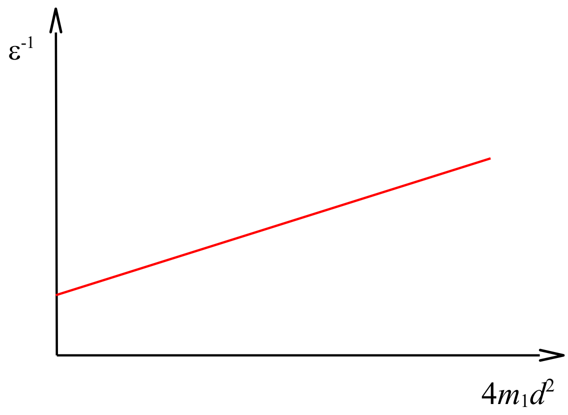
Baza teoretyczna
Druga zasada dynamiki:

Ruch postępowy: $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$	Ruch obrotowy: $\vec{\varepsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$

W ruchu obrotowym wartość **wypadkowego momentu siły** M wprawiającego wahadło w ruch obrotowy: $M=r\cdot N$ (przy założeniu braku tarcia tocznego). Moment ten można wyrazić w postaci: $M=r\cdot\left(mg-m\frac{2s}{t_s^2}\right)$.

Moment bezwładności wahadła Oberbecka $I=I_0+4\cdot m_1\,d^2$, gdzie:
I_o – wyznaczany stały moment bezwładności samego „krzyżaka" (czyli kołowrotu bez ciężarków),
$4m_1d^2$ – moment bezwładności czterech ciężarków umieszczonych na krzyżaku.
Wartość **przyspieszenia kątowego** $\varepsilon=\frac{2s}{r\,t_s^2}$ (droga s i promień r są w doświadczeniu stałe).

Podstawienie tych trzech zależności do drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego daje się przekształcić do postaci funkcji liniowej na różne sposoby:

$mr^2\left(\frac{g\,t_s^2}{2s}-1\right)=I_0+4\cdot m_1\,d^2$	$\frac{r\,t_s^2}{2s}=\frac{4\,m_1\,d^2}{M}+\frac{I_0}{M}$.
	
Zatem, w celu wyznaczenia momentu bezwładności I_0, metodą dynamiczną w ruchu obrotowym, należy: - wykonać pomiary czasu spadku ciężarka *m* na drodze *s* w zależności od odległości ciężarków m_1 od osi obrotu, - sporządzić wykres zależności $mr^2\left(\frac{g\,t_s^2}{2s}-1\right)$ od d^2 - odczytać z niego wartość momentu bezwładności I_o.	Zatem, w celu sprawdzenia zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności, należy: - wykonać pomiary czasu spadku ciężarka *m* na drodze *s* w zależności od odległości d ciężarków m_1 od osi obrotu, - sporządzić wykres zależności (1/ε) od $4m_1d^2$ - zanalizować jego liniowość.

Wskazówki techniczne:
Siły tarcia tocznego mają mniejszy wpływ na wyniki ćwiczenia gdy masa zawieszonego obciążnika m ≥ 150g.

Wskazówki do sprawozdania – wyznaczanie

„B R Y Ł A”

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności krzyżaka metodą dynamiczną w ruchu obrotowym.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_s	[...]										
d	[...]										

Δt_s = ... m = ... r = ... s = ...

Δd = ... Δm = ... Δr = ... Δs = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się np. do pomiaru nr 5)

$$mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)=$$

$$\Delta\left[mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right]=\left|r^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right|\cdot\Delta m+\left|m\cdot 2r\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right|\cdot\Delta r+\left|mr^2\left(\frac{g\cdot 2t_s}{2s}\right)\right|\cdot\Delta t_s+\left|-mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s^2}\right)\right|\cdot\Delta s=$$

$$d^2=\ldots$$

$$\Delta d^2=\left|d^2-(d+\Delta d)^2\right|=\ldots$$

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)$	[...]										
$\Delta\left[mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right]$	[...]										
d^2	[...]										
Δd^2	[...]										

4. Wykres

+ odczytanie I_0 (wsp. wysokości prostej „najlepszego dopasowania”)

+ odczytanie I_0' (wsp. wysokości prostej odchylonej)

+ obliczenie $\Delta I_0 = |I_0 - I_0'|$

5. Podsumowanie

Wyznaczona wartość momentu bezwładności krzyżaka wynosi ...
Dokładność metody: ...

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.

Wskazówki do sprawozdania – sprawdzanie

„B R Y Ł A"

Student 2: Sprawdzanie zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_s	[...]										
d	[...]										

Δt_s = ... Δd = ... m_1 = ...

s = ... Δs = ... r = ... Δr = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

$$\frac{1}{\varepsilon}=\frac{r\,t_s^2}{2\,s}=\ldots$$

$$\Delta\left(\frac{r\,t_s^2}{2\,s}\right)=\left|\frac{t_s^2}{2\,s}\right|\cdot\Delta r+\left|\frac{r\,t_s}{s}\right|\cdot\Delta t_s+\left|-\frac{r\,t_s^2}{2\,s^2}\right|\cdot\Delta s=\ldots$$

$$4\,m_1\,d^2=\ldots$$

$$\Delta(4\,m_1\,d^2)=4\,m_1\cdot\left|d^2-(d+\Delta d)^2\right|=\ldots$$

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{r\,t_s^2}{2\,s}$	[...]										
$\Delta\left(\frac{r\,t_s^2}{2\,s}\right)$	[...]										
$4\,m_1\,d^2$	[...]										
$\Delta(4\,m_1\,d^2)$	[...]										

4. Wykres

5. Podsumowanie

Ponieważ na wykresie ... można poprowadzić prostą przechodzącą przez wszystkie prostokąty niepewności pomiarowych, nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od ...

Ewentualnie: Odstępstwo od liniowości w zakresie ... może wynikać z ....

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.