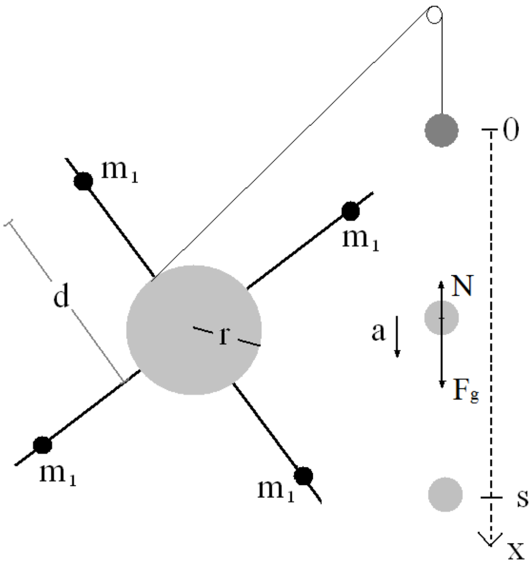
Wprowadzenie teoretyczne

Doświadczenie „B R Y Ł A"

Druga zasada dynamiki dla ruchu postępowego mówi, że przyspieszenie jest proporcjonalne do przyłożonej niezrównoważonej siły wypadkowej, a współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność masy. W ruchu obrotowym występuje analogia: przyspieszenie kątowe jest proporcjonalne do przyłożonego momentu siły, a współczynnikiem proporcjonalności jest odwrotność momentu bezwładności.

$$\vec{\varepsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$$

W ruchu jednostajnie zmiennym prostoliniowym przyśpieszenie jest stałe, a położenie (współrzędna) stanowi następującą funkcję czasu: $x(t)=x_0+v_0\cdot t+\frac{at^2}{2}$



Nić i ciężarek m poruszają się z przyśpieszeniem a.
Ciężar odważnika zawieszonego na nici: $F_g = mg$
Naciąg nici N wynosi $mg - ma$, i jest odpowiedzialny za moment siły wprawiający bryłę w ruch obrotowy.

Moment bezwładności kołowrotu I jest sumą momentu bezwładności krzyżaka I_o i czterech ciężarków m_1 odległych o d od osi obrotu:

$$I = I_0 + 4\, m_1 d^2$$

Przyspieszenie kątowe kołowrotu jest równe $\varepsilon = a/r$, gdzie a jest przyspieszeniem stycznym (w punkcie nawinięcia nici).
Zgodnie z II zasadą dynamiki dla ruchu obrotowego otrzymujemy równanie:

$$\frac{a}{r}=\frac{(mg-ma)r}{I_0+4\cdot m_1 d^2}$$

Na powyższym rysunku ruch ciężarka m rozpoczyna się w położeniu 0, bez prędkości początkowej. Dlatego funkcja x(t) upraszcza się do postaci: $x(t)=\frac{at^2}{2}$.

Jeżeli w miejsce funkcji x(t) wstawiamy wartość współrzędnej s (długość drogi opadania), a w miejsce t wstawimy t_s, to otrzymamy: $a=\frac{2s}{t_s^2}$, a przyspieszenie kątowe $\varepsilon=\frac{2s}{r t_s^2}$.

Po bezpośrednim podstawieniu otrzymamy: $\frac{2s}{r t_s^2}=\frac{\left(mg-m\frac{2s}{t_s^2}\right)r}{I_0+4\cdot m_1 d^2}$, a po przekształceniu możemy przedstawić w postaci: $mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)=I_0+4\cdot m_1 d^2$.

Lewa strona tego równania reprezentuje moment siły N dzielony przez przyspieszenie kątowe ε, prawa strona to moment bezwładności krzyżaka z obciążnikami.

Zagadnienia do przygotowania:
- druga zasada dynamiki dla ruchu postępowego i obrotowego,
- moment siły, moment bezwładności i przyspieszenie kątowe,
- rozkład sił na kołowrocie napędzanym przez opadający ciężarek.

Szablon metodyczny

„B R Y Ł A”

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności krzyżaka metodą dynamiczną w ruchu obrotowym.
Student 2: Sprawdzanie zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności.

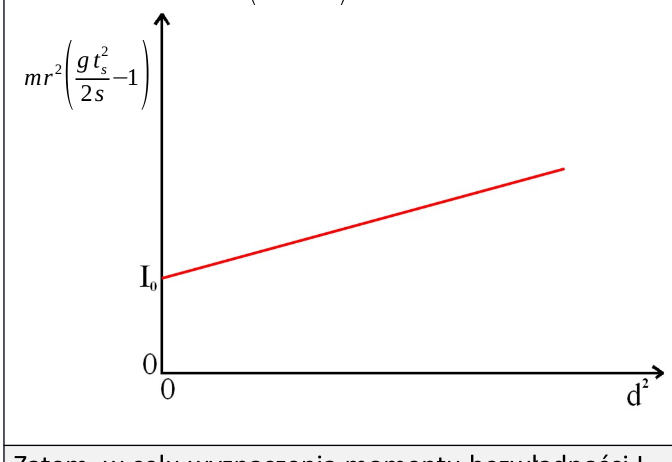
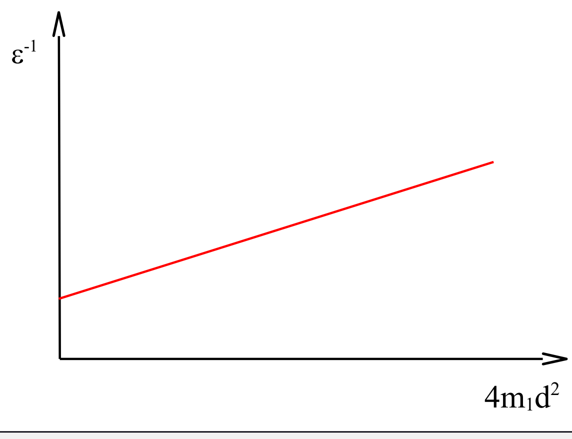
Baza teoretyczna
Druga zasada dynamiki:

Ruch postępowy: $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}$	Ruch obrotowy: $\vec{\varepsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$

W ruchu obrotowym wartość **wypadkowego momentu siły** M wprawiającego wahadło w ruch obrotowy: $M=N\cdot r$ (przy założeniu braku tarcia tocznego). Moment ten można wyrazić w postaci: $M=\left(mg-m\frac{2s}{t_s^2}\right)\cdot r$.

Moment bezwładności wahadła Oberbecka $I=I_0+4\cdot m_1 d^2$, gdzie:
I_o – wyznaczany stały moment bezwładności samego „krzyżaka” (czyli kołowrotu bez ciężarków),
$4m_1d^2$ – moment bezwładności czterech ciężarków umieszczonych na krzyżaku.
Wartość **przyspieszenia kątowego** $\varepsilon=\frac{2s}{r t_s^2}$ (droga s i promień r są w doświadczeniu stałe).

Podstawienie tych trzech zależności do drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego daje się przekształcić do postaci funkcji liniowej na różne sposoby:

$mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)=I_0+4\cdot m_1 d^2$	$\frac{r t_s^2}{2s}=\frac{1}{mgr}\cdot 4m_1 d^2+\left(\frac{I_0}{mgr}+\frac{r}{g}\right)$
	
Zatem, w celu wyznaczenia momentu bezwładności I_0, metodą dynamiczną w ruchu obrotowym, należy: - wykonać pomiary czasu spadku ciężarka *m* na drodze *s* w zależności od odległości ciężarków m_1 od osi obrotu, - sporządzić wykres zależności $mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)$ od d^2 - odczytać z niego wartość momentu bezwładności I_o.	Zatem, w celu sprawdzenia zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności, należy: - wykonać pomiary czasu spadku ciężarka *m* na drodze *s* w zależności od odległości d ciężarków m_1 od osi obrotu, - sporządzić wykres zależności (1/ε) od $4m_1d^2$ - zanalizować jego liniowość.

Wskazówki techniczne:
Siły tarcia tocznego mają mniejszy wpływ na wyniki ćwiczenia gdy masa zawieszonego obciążnika m ≥ 150g.

Wskazówki do sprawozdania – wyznaczanie

„B R Y Ł A"

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności krzyżaka metodą dynamiczną w ruchu obrotowym.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_s	[...]										
d	[...]										

Δt_s = ... m = ... r = ... s = ...
Δd = ... Δm = ... Δr = ... Δs = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się np. do pomiaru nr 5)

$$mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)=$$

$$\Delta\left[mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right]=\left|r^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right|\cdot\Delta m+\left|m\cdot 2r\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right|\cdot\Delta r+\left|mr^2\left(\frac{g\cdot 2t_s}{2s}\right)\right|\cdot\Delta t_s+\left|-mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s^2}\right)\right|\cdot\Delta s=$$

$$d^2=\ldots$$

$$\Delta d^2=\left|d^2-(d+\Delta d)^2\right|=\ldots$$

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)$	[...]										
$\Delta\left[mr^2\left(\frac{g t_s^2}{2s}-1\right)\right]$	[...]										
d^2	[...]										
Δd^2	[...]										

4. Wykres

+ odczytanie I_0 (wsp. wysokości prostej „najlepszego dopasowania")
+ odczytanie I_0' (wsp. wysokości prostej odchylonej)
+ obliczenie $\Delta I_0 = |I_0 - I_0'|$

5. Podsumowanie

Wyznaczona wartość momentu bezwładności krzyżaka wynosi ...
Dokładność metody: ...

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.

Wskazówki do sprawozdania – sprawdzanie

„B R Y Ł A"

Student 2: Sprawdzanie zależności przyspieszenia kątowego bryły od jej momentu bezwładności.

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_s	[...]										
d	[...]										

Δt_s = … Δd = … m_1 = …

s = … Δs = … r = … Δr = …

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

$$\frac{1}{\varepsilon}=\frac{r\,t_s^2}{2s}=\dots$$

$$\Delta\left(\frac{r\,t_s^2}{2s}\right)=\left|\frac{t_s^2}{2s}\right|\cdot\Delta r+\left|\frac{r\,t_s}{s}\right|\cdot\Delta t_s+\left|-\frac{r\,t_s^2}{2s^2}\right|\cdot\Delta s=\dots$$

$$4m_1d^2=\dots$$

$$\Delta(4m_1d^2)=4m_1\cdot\left|d^2-(d+\Delta d)^2\right|=\dots$$

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{r\,t_s^2}{2s}$	[...]										
$\Delta\left(\frac{r\,t_s^2}{2s}\right)$	[...]										
$4m_1d^2$	[...]										
$\Delta(4m_1d^2)$	[...]										

4. Wykres

5. Podsumowanie

Ponieważ na wykresie … można poprowadzić prostą przechodzącą przez wszystkie prostokąty niepewności pomiarowych, nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od …

Ewentualnie: Odstępstwo od liniowości w zakresie ... może wynikać z ….

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.