Wprowadzenie teoretyczne

Doświadczenie „S T E I N E R"

Moment bezwładności jest skalarna wielkością fizyczną stanowiącą miarę bezwładności bryły w ruchu obrotowym wokół danej osi obrotu. Dla ciała sztywnego składającego się z n połączonych razem punktów materialnych, moment bezwładności wynosi:

$$I=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Dla bryły sztywnej o ciągłym rozkładzie masy i gęstości ρ sumowanie zastępuje się całkowaniem po całej objętości bryły:

$$I=\int r^2 dm=\rho\int r^2 dV$$

Operacyjna (różniczkowa) definicja momentu bezwładności: $dI = r^2\, dm$, jest następująca: wkład do momentu bezwładności pochodzący od elementarnej (infinitezymalnie małej) masy *dm* odległej o *r* od osi obrotu to iloczyn kwadratu tej odległości i elementarnej masy.

Twierdzenie Steinera o osiach równoległych. Jeżeli znamy moment bezwładności względem jednej z osi obrotu, przechodzącej przez środek masy bryły I_0, to moment bezwładności I względem nowej osi, równoległej do pierwotnej można zapisać równaniem:

$$I=I_0+mb^2$$

gdzie:
m – masa bryły
b – odległość pomiędzy osiami obrotu.

Wahadło torsyjne wykonuje również drgania harmoniczne, tyle że nie w ruchu postępowym, lecz skrętnym (obrotowym). Ruch harmoniczny skrętny - ruch torsyjny - wystąpi wówczas, gdy na bryłę działa tzw. moment powracający, proporcjonalny do położenia kątowego φ (wychylenia kątowego):

$$M = -D\varphi$$

D - współczynnik proporcjonalności (moment kierujący).
Okres drgań wahadła torsyjnego, w analogii do wahadła matematycznego, wynosi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}$$

Zagadnienia do przygotowania:
- druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego,
- moment siły – definicja, jednostka, sposób pomiaru,
- moment bezwładności – definicja, jednostka, wartość dla krążka,
- wahadło torsyjne,
- twierdzenie Steinera.

Szablon metodyczny

„S T E I N E R"

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności krążka metodą dynamiczną
Student 2: Sprawdzanie twierdzenia Steinera.

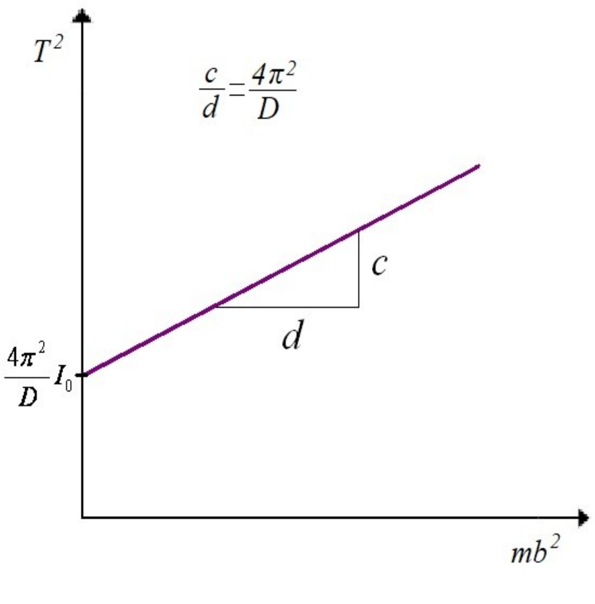
Baza teoretyczna

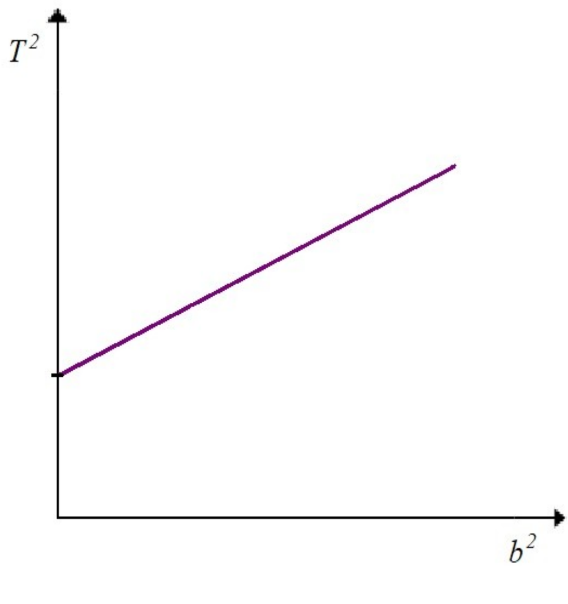
$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad \text{oraz} \quad I=I_0+mb^2$$

$$T^2=\frac{4\pi^2}{D}(I_0+mb^2)$$

D – moduł sprężystości skrętnej (związany ze współczynnikiem sprężystości materiału, z jakiego wykonana jest sprężyna i z jej rozmiarami geometrycznymi)

$$T^2=\frac{4\pi^2}{D}mb^2+\frac{4\pi^2}{D}I_0$$





Zatem, aby **wyznaczyć moment bezwładności krążka** przy pomocy wahadła skrętnego należy:
- wyznaczyć masę m i promień R krążka,
- wykonać pomiar okresu drgań torsyjnych krążka od odległości b między jego środkiem a osią obrotu
- sporządzić wykres zależności T^2 od mb^2,
- z parametrów prostej wyznaczyć moment bezwładności krążka I_0 jako współczynnik wysokości podzielony przez współczynnik kierunkowy,

Zatem, aby **sprawdzić twierdzenie Steinera**, należy:
- wykonać pomiar okresu drgań torsyjnych krążka od odległości b między jego środkiem a osią obrotu
- sporządzić wykres zależności T^2 od b^2,
- zanalizować jego liniowość.

Wskazówki do sprawozdania – wyznaczanie

„S T E I N E R"

Student 1: Wyznaczanie momentu bezwładności bryły metodą dynamiczną przy pomocy wahadła torsyjnego

1. Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	[s]										
b	[m]										

ΔT = ... R = ... m = ...
Δb = ... ΔR = ... Δm = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

T^2 = ...
mb^2 = ...
$\Delta T^2 = | T^2 - (T + \Delta T)^2 |$ = ...
$\Delta mb^2 = b^2 \Delta m + 2mb \Delta b$ = ...

3. Wyniki obliczeń do wykresu

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T^2	[...]										
mb^2	[...]										
ΔT^2	[...]										
Δmb^2	[...]										

4. Wykres
(na którym znajdują się wyliczenia współczynników kierunkowego a i wysokości b prostej postaci y = ax + b)
+ obliczenie I_0 (jako iloraz b/a dla prostej „najlepszego dopasowania")
+ obliczenie I_0' (jako iloraz b'/a' dla prostej odchylonej)
+ obliczenie $\Delta I_0 = |I_0 - I_0'|$

5. PODSUMOWANIE

Wyznaczona wartość momentu bezwładności metodą dynamiczną wynosi ...
Dokładność metody: ...

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych,
np. porównanie wyniku metody dynamicznej z wynikiem metody statycznej $I_0 = 0,5\ m R^2$

Wskazówki do sprawozdania – sprawdzanie

„S T E I N E R"

Student 2: Sprawdzanie drugiej zasady dynamiki dla ruchu torsyjnego

1.Wyniki pomiarów

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	[s]										
b	[m]										

ΔT = ...
Δb = ...

2. Obliczenia (przykładowe – odnoszą się do pomiaru nr 3)

T^2 = ...
b^2 = ...
$\Delta T^2 = |\ T^2 - (T + \Delta T)^2\ |$ = ...
$\Delta b^2 = |\ b^2 - (b + \Delta b)^2\ |$ = ...

3. Wyniki obliczeń

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
T^2	[...]									
b^2	[...]									
ΔT^2	[...]									
Δb^2	[...]									

4. Wykres

5. PODSUMOWANIE

Ponieważ na wykresie ... można poprowadzić prostą przechodzącą przez wszystkie prostokąty niepewności pomiarowych, nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od ...

Ewentualnie: Odstępstwo od liniowości w zakresie ... może wynikać z ....

Dodatkowe wnioski, spostrzeżenia, przyczyny niepewności pomiarowych.