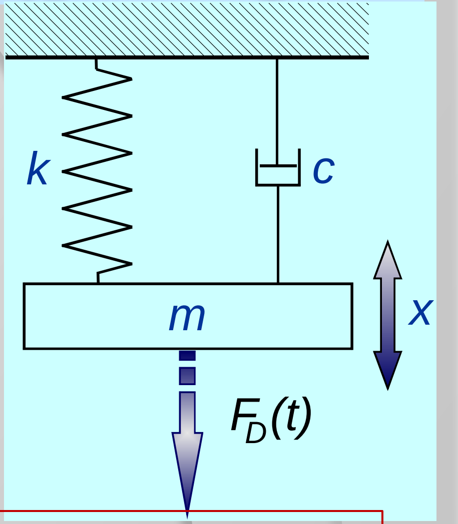
MECHANIKA STOSOWANA

DRGANIA

LECH MURAWSKI
WYDZIAŁ MECHANICZNY
KPT
lemur@wm.am.gdynia.pl
pok. A213

Równania dynamiczne ruchu postępowego



$$\bar{F} = m \cdot \bar{a}$$

$$m\ddot{x} = F(x, \dot{x}, t)$$

często: $F(x, \dot{x}, t) = F_1(x) + F_2(\dot{x}) + F_3(t)$

$F_1(x)$ Oddziaływania sprężyste, np. sprężyna

Sztywność: F=k·x

$F_2(\dot{x})$ Opory ruchu liniowego, np. śruby napędowej

Tłumienie: F=c·dx/dt

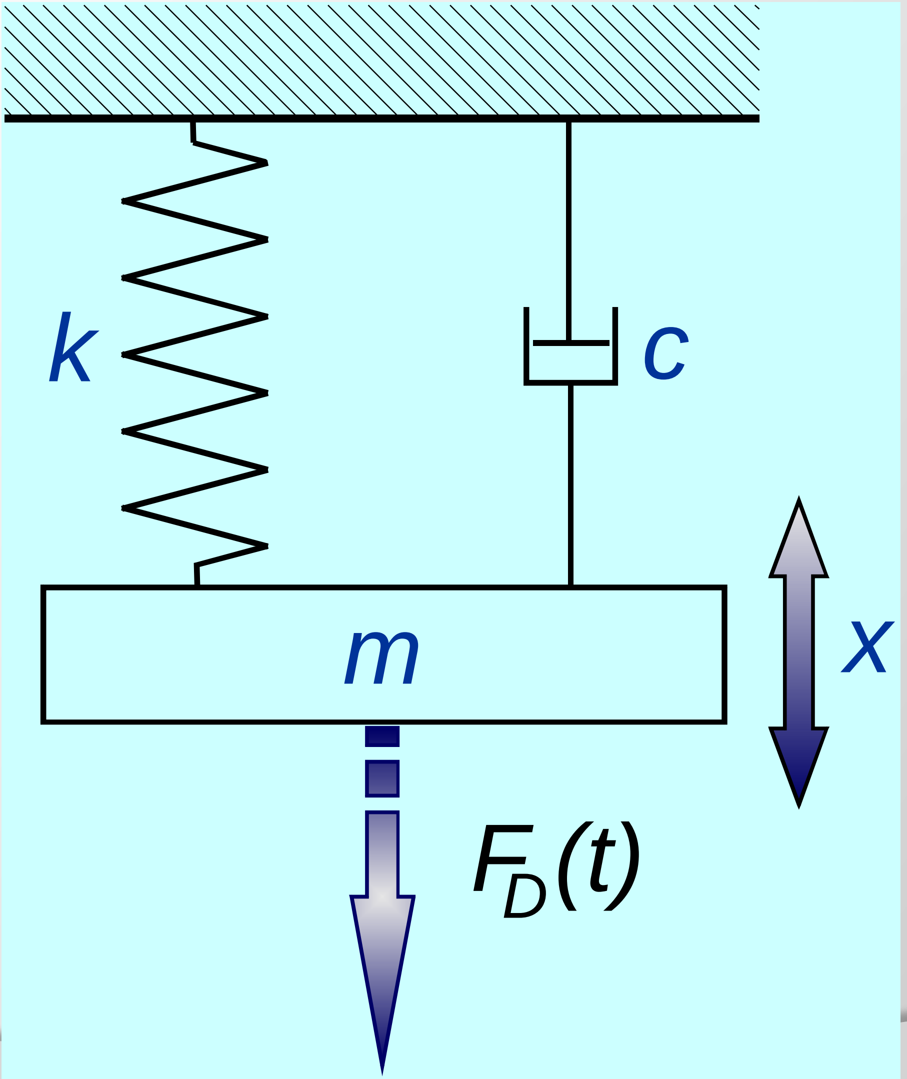
$F_3(t) = F_S + F_D sin(\omega t)$ Siła wymuszeniowa statyczna wraz z zaburzeniami harmonicznymi

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_S + F_D sin(\omega t)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_D sin(\omega t)$$

Drgania liniowe

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_D sin(\omega t)$$



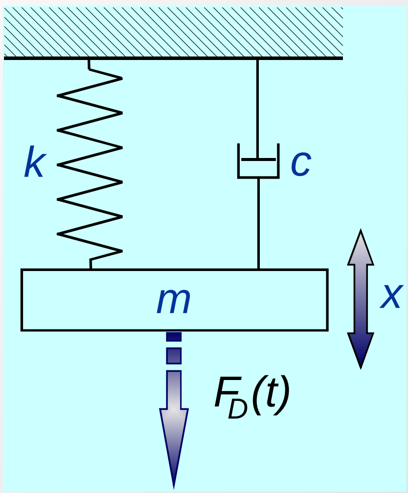
Harmoniczne wymuszenie $F_D(t)=\sin(\omega t)$ powoduje harmoniczną odpowiedź $x(t)=x_0\sin(\omega t)$

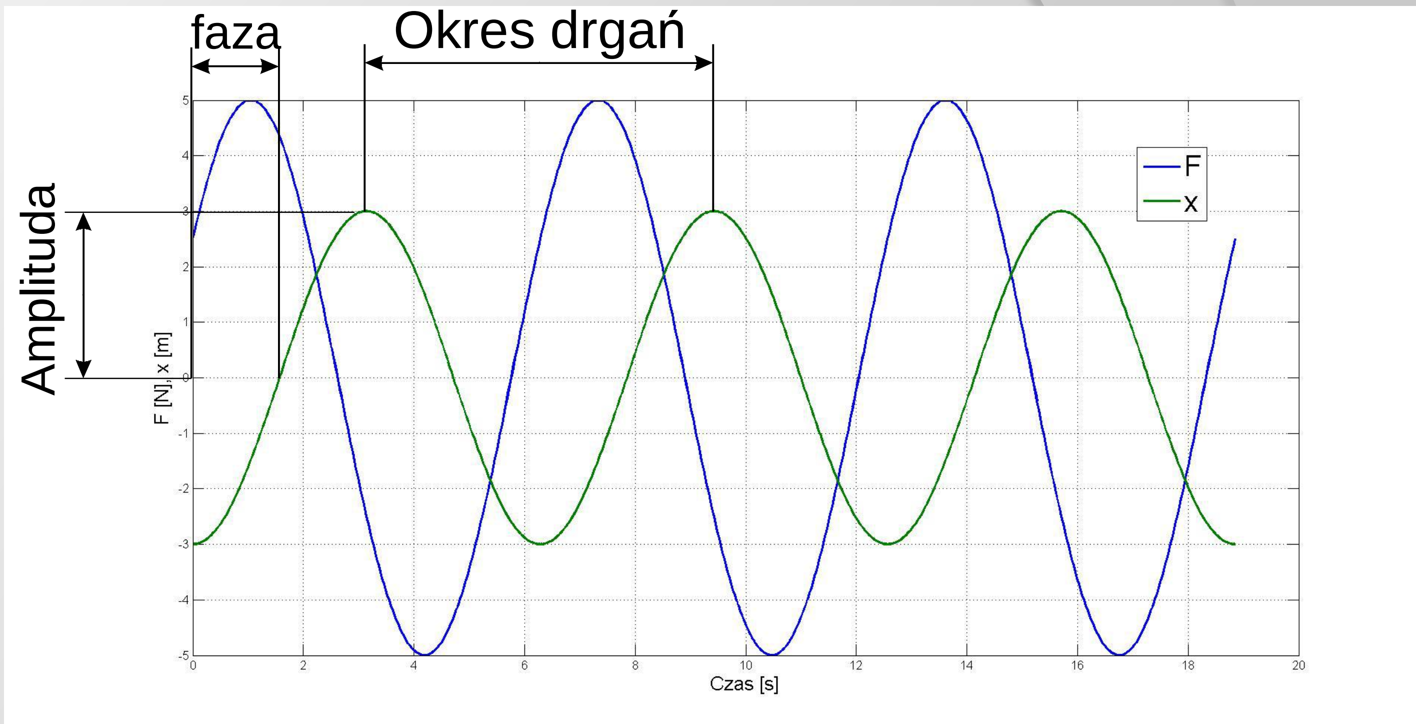
Główne uproszczenia:

- ***niezmienność macierzy charakterystycznych (M, C, K)***
- ***tłumienie drgań uzależnione tylko od prędkości drgań***

Drgania liniowe

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_D sin(\omega t)$$



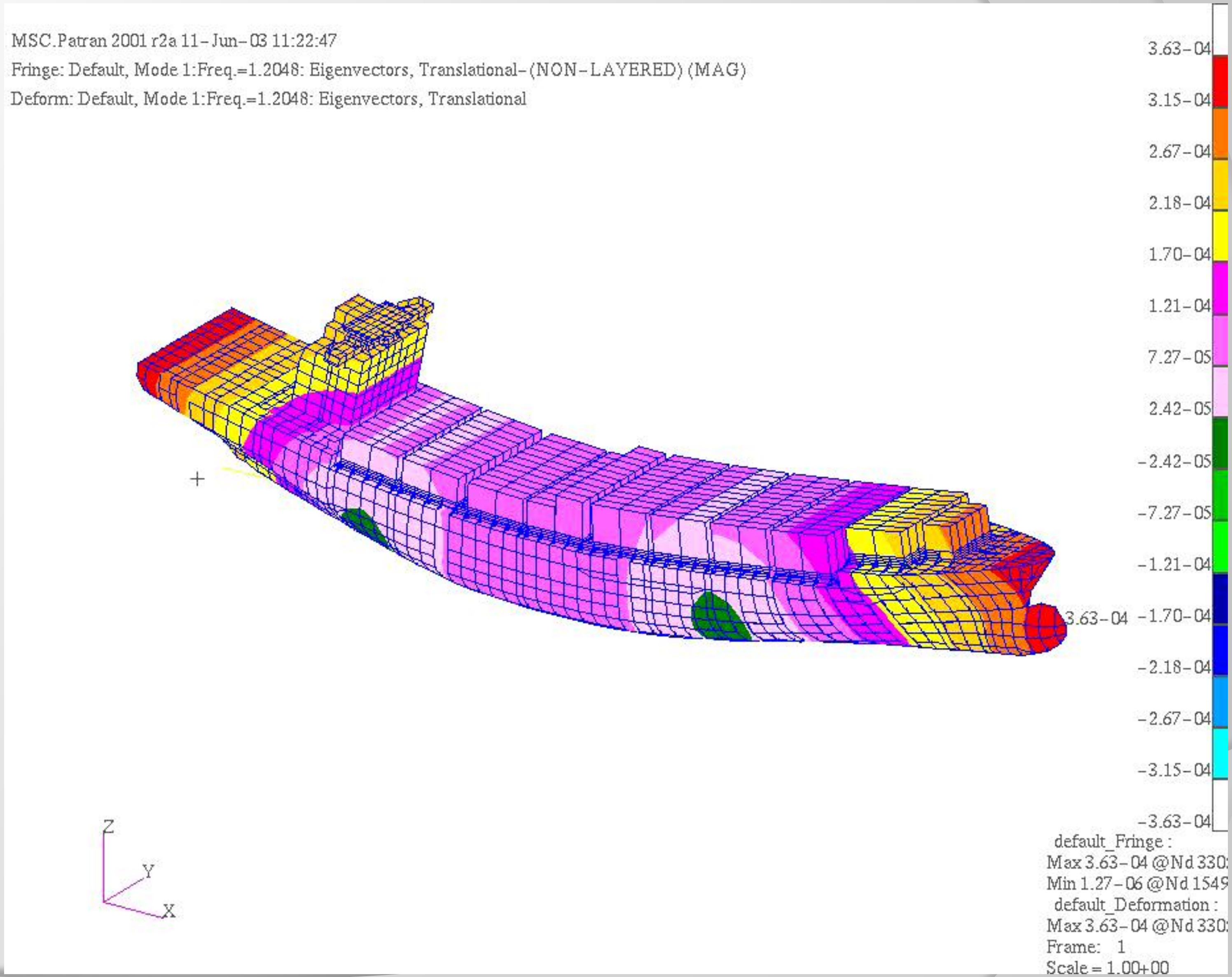


Częstotliwość drgań jest odwrotnością okresu drgań:

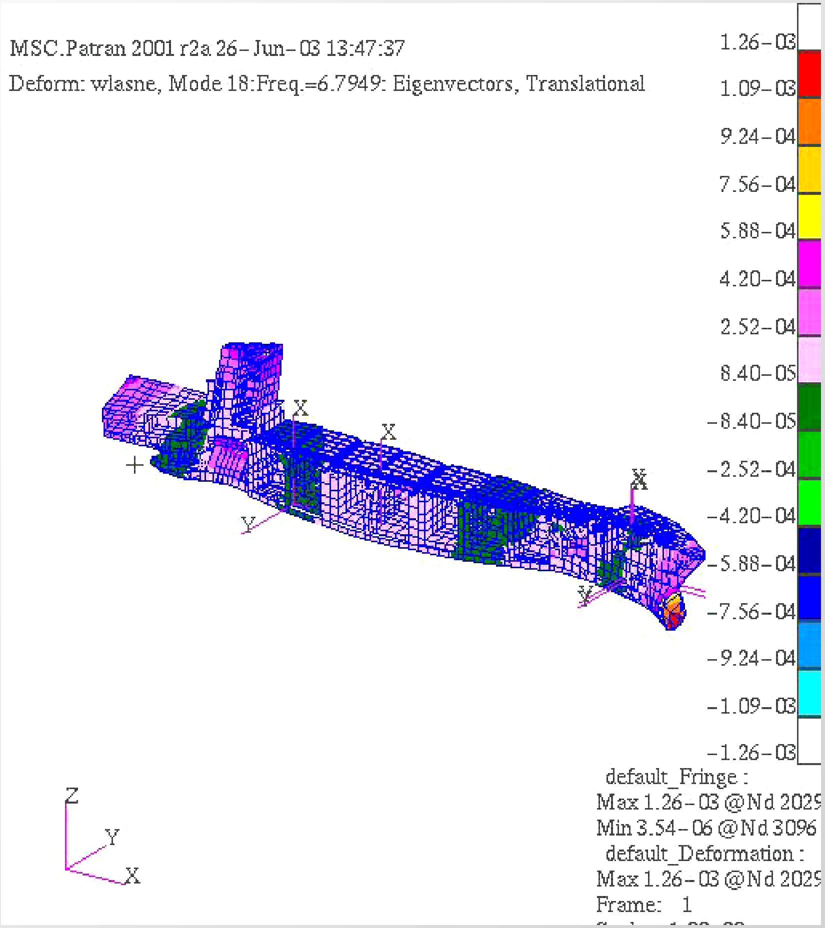
$$f = \frac{1}{T} \left[{}^{1}/_{s} \equiv Hz \right]$$

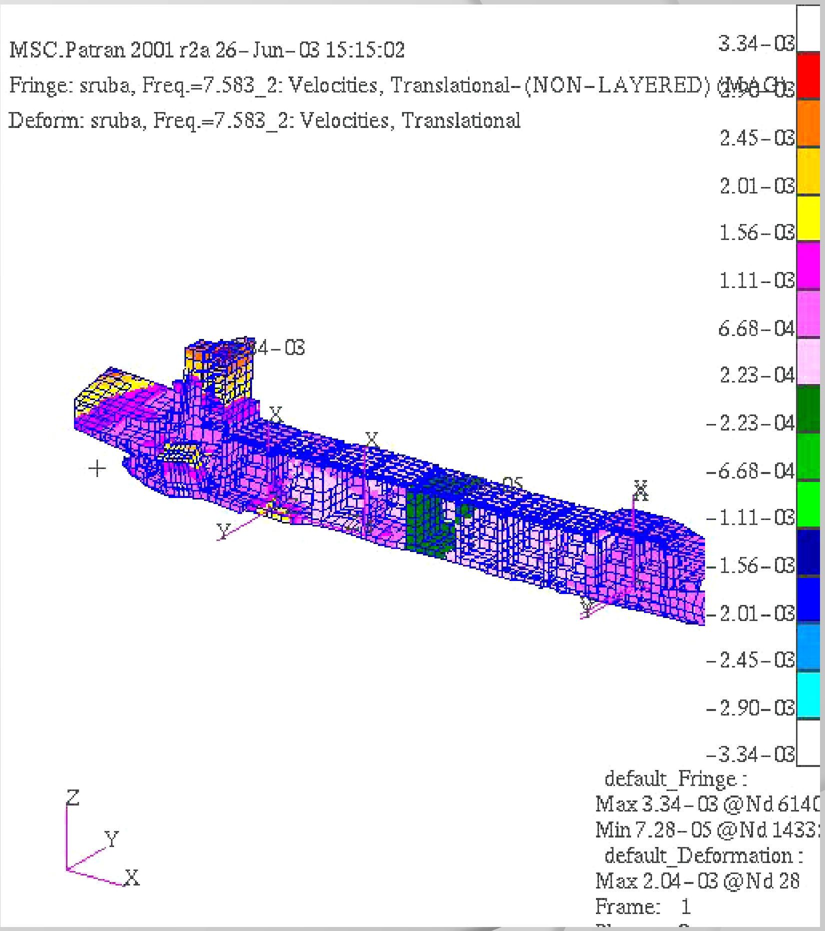
Częstość drgań: $\omega \left[{}^{rad}/_{s} \right]$ $\Rightarrow$ $\omega = 2\pi \cdot f$

Drgania globalne

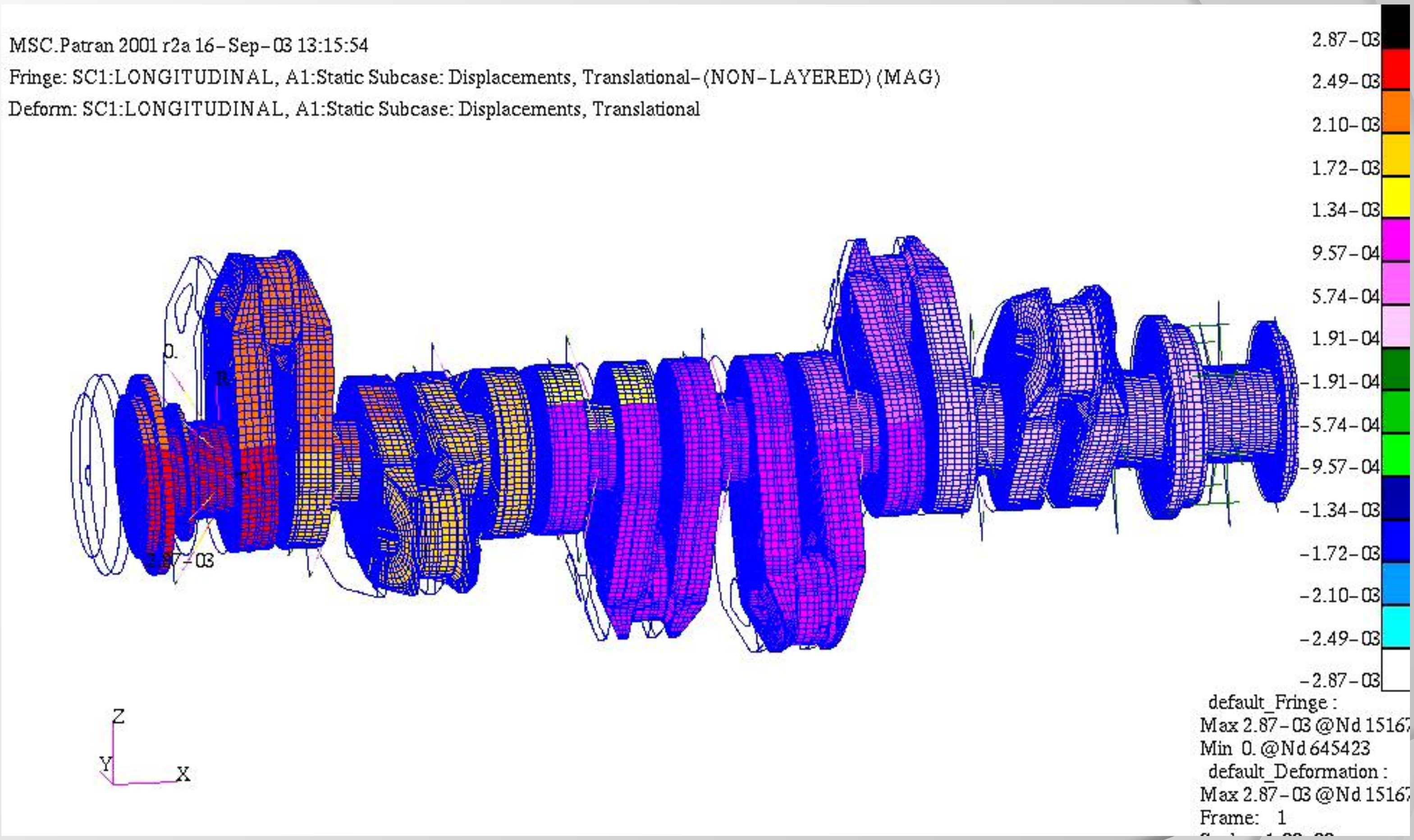


Drgania strefowe - lokalne

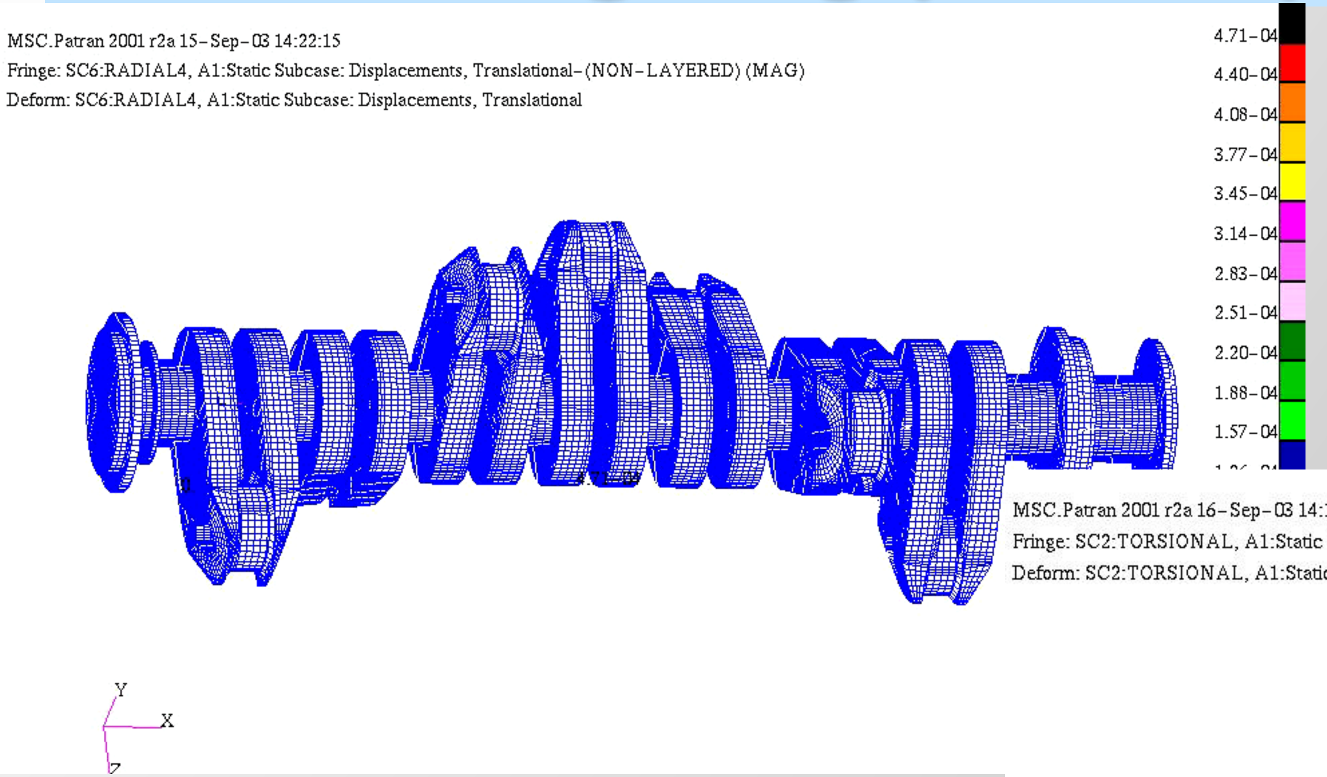


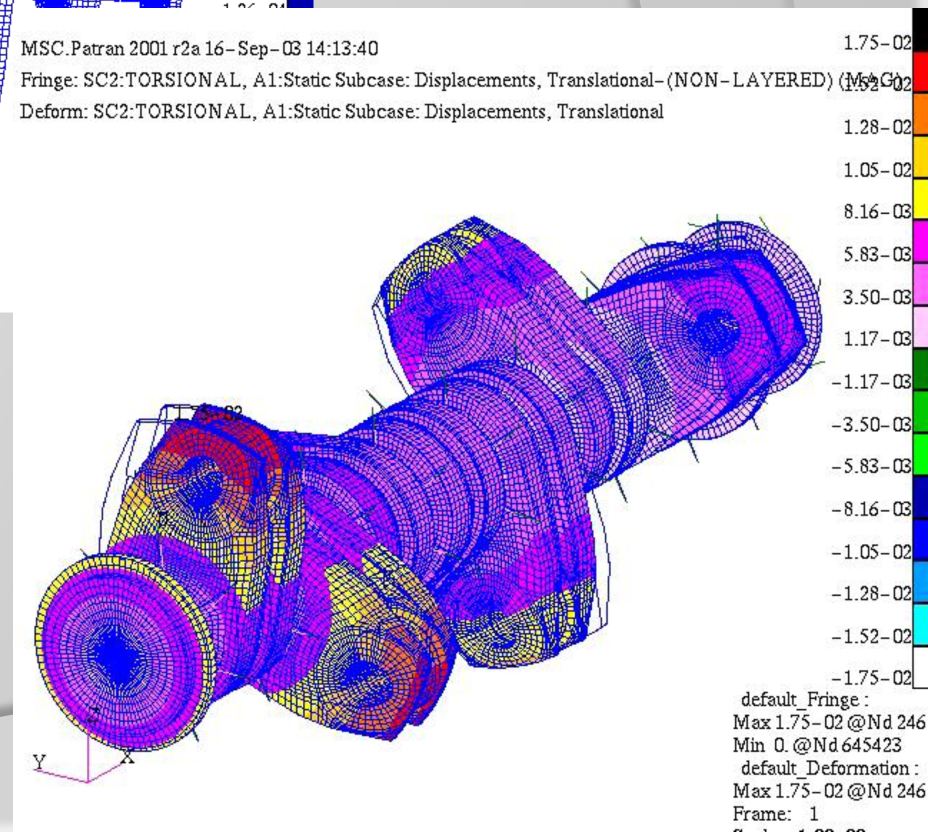


Drgania wzdłużne

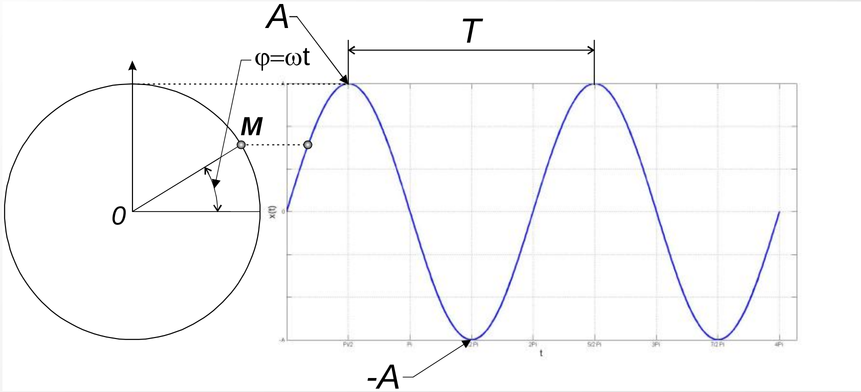


Drgania giętne i skrętne





Amplituda drgań



$$x(t) = A \cdot sin(\omega t + \varphi_0)$$

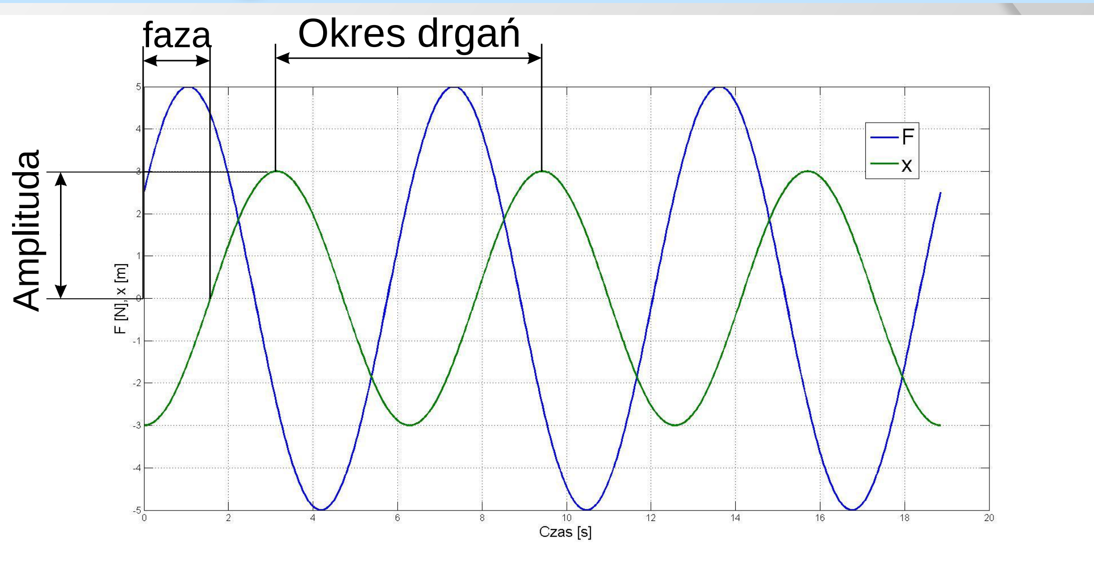
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \cdot sin(\omega t + \varphi_0)$$

- ***Amplituda przemieszczeń*** → A
- ***Amplituda prędkości*** → $A\omega$
- ***Amplituda przyśpieszeń*** → $A\omega^2$

Wektory amplitudy przemieszczeń, prędkości i przyśpieszeń są przesunięte względem siebie o 90°

Drgania harmoniczne



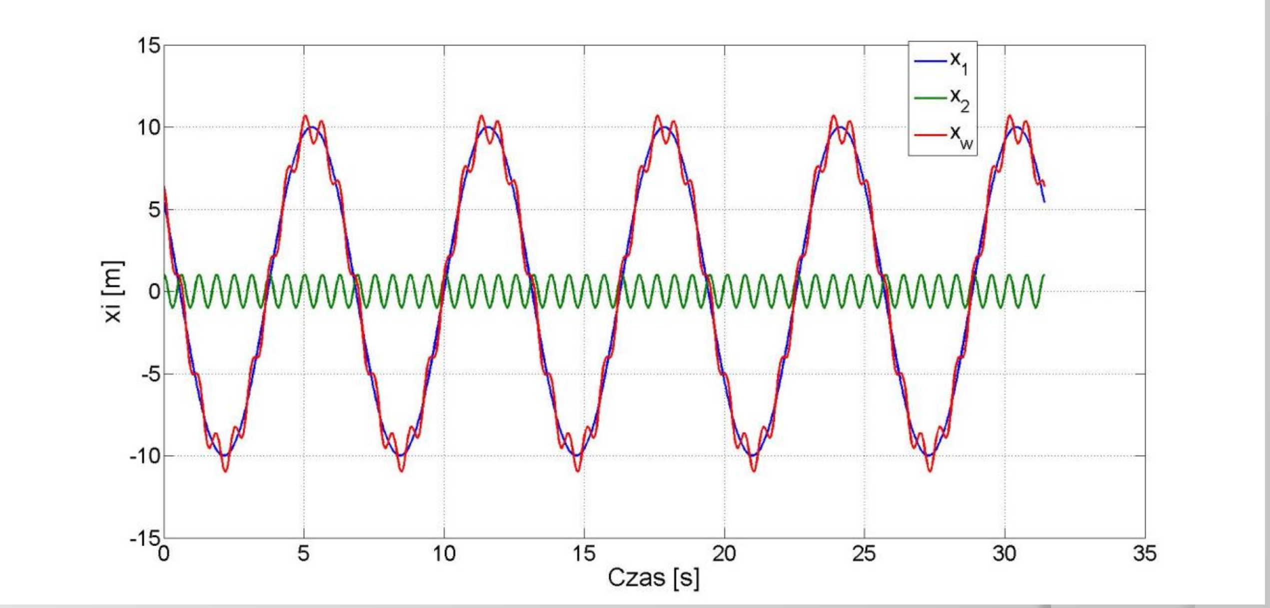
Drgania harmoniczne (sinusoidalne)
– szczególny przypadek drgań okresowych

Każde drgania okresowe
można określić poprzez złożenie ***n*** drgań harmonicznych
(składowych harmonicznych o różnych amplitudach, okresach i fazach drgań)
-> analiza Fouriera

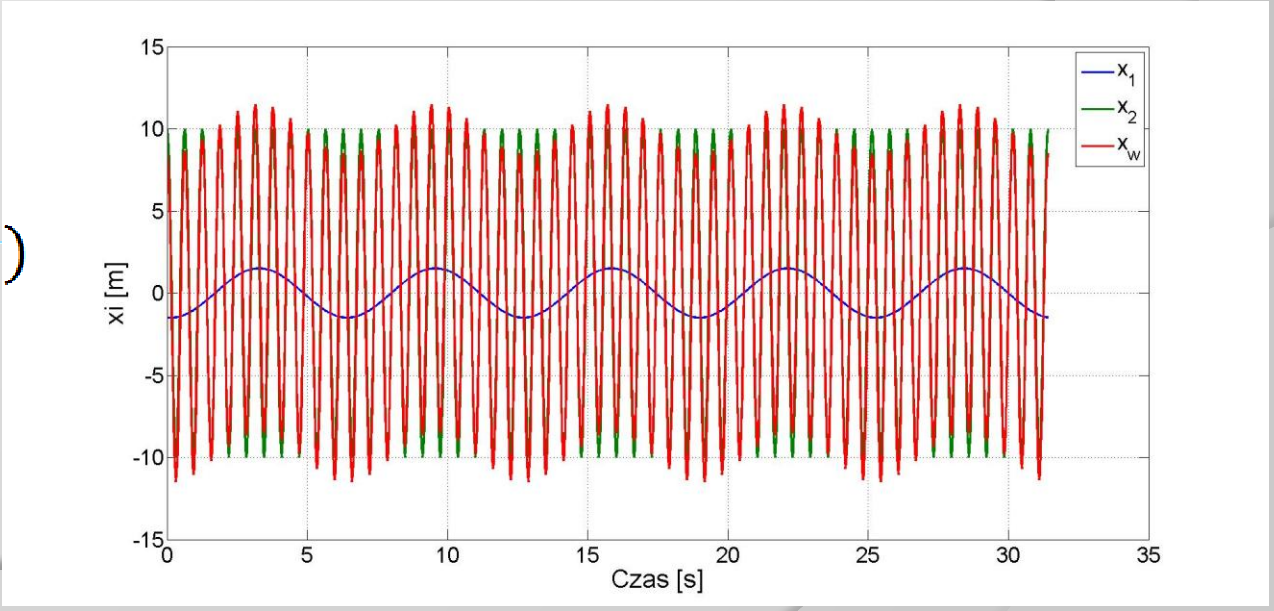
$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

Sumowanie drgań harmonicznych

$$x_1 = 10 \cdot cos(\omega t)$$
$$x_2 = cos(10 \cdot \omega t)$$



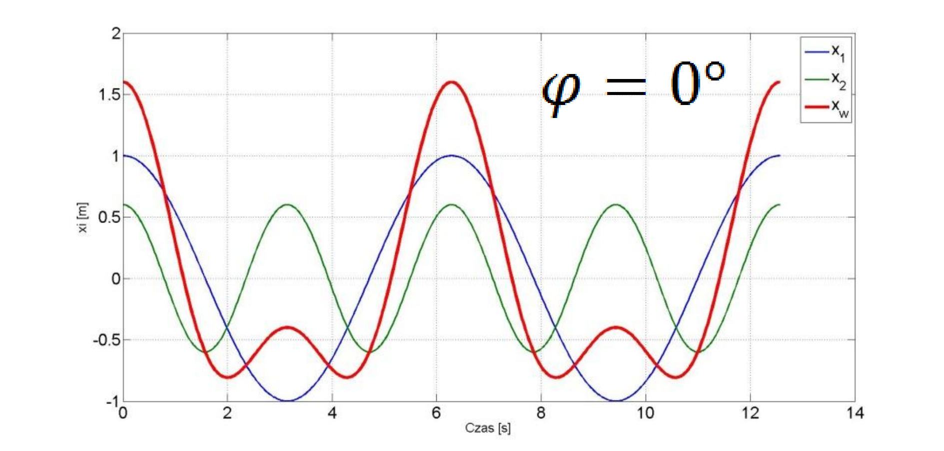
$$x_1 = 1.5 \cdot cos(\omega t)$$
$$x_2 = 10 \cdot cos(10 \cdot \omega t)$$

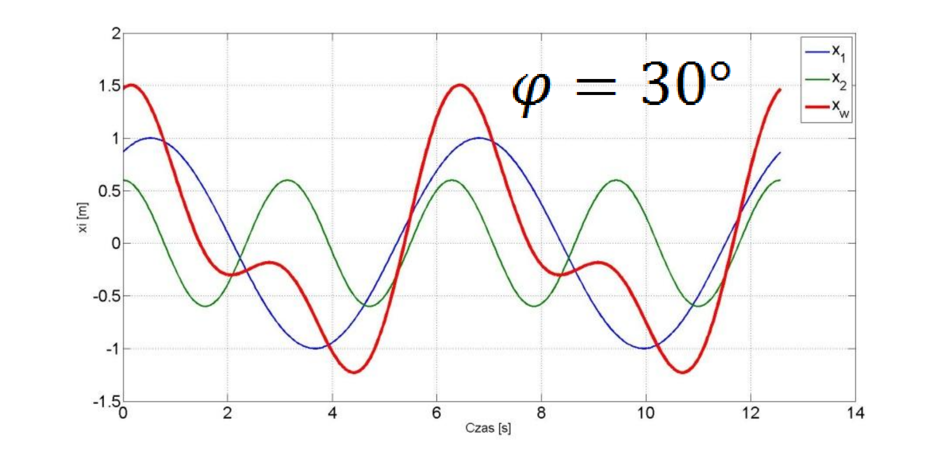


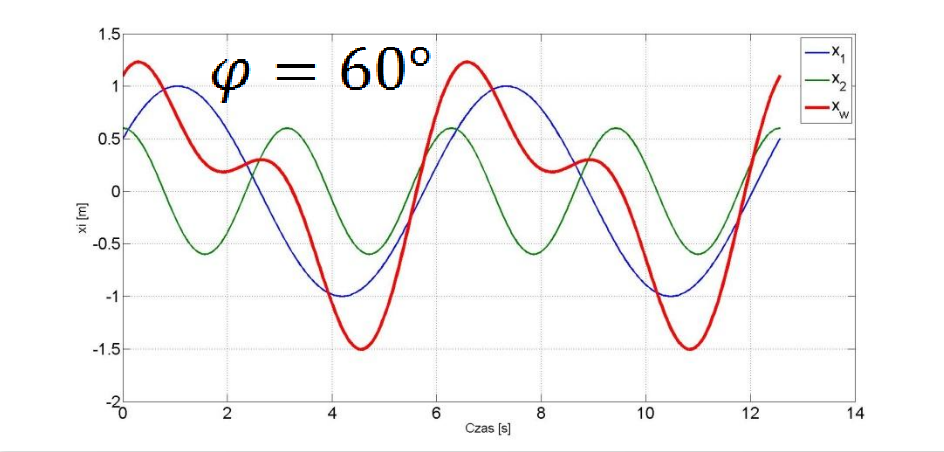
Sumowanie drgań harmonicznych

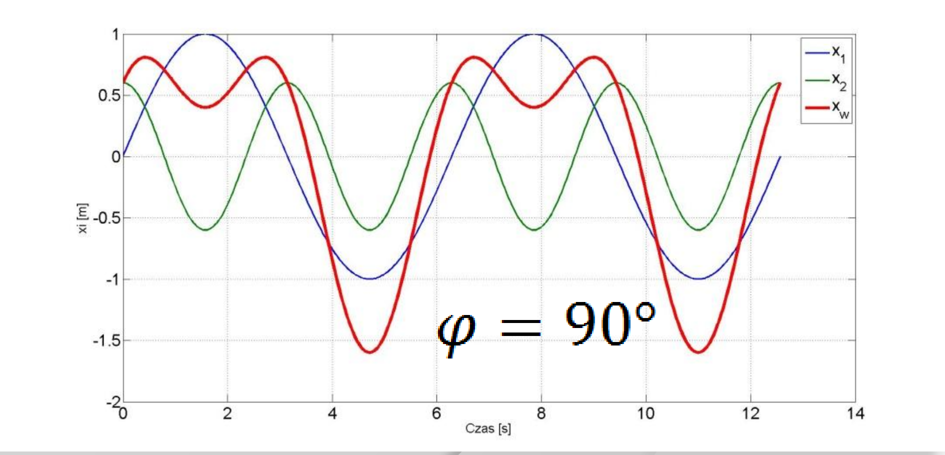
$$x_1 = cos(\omega t - \varphi)$$

$$x_2 = 0.6 \cdot cos(2\omega t)$$





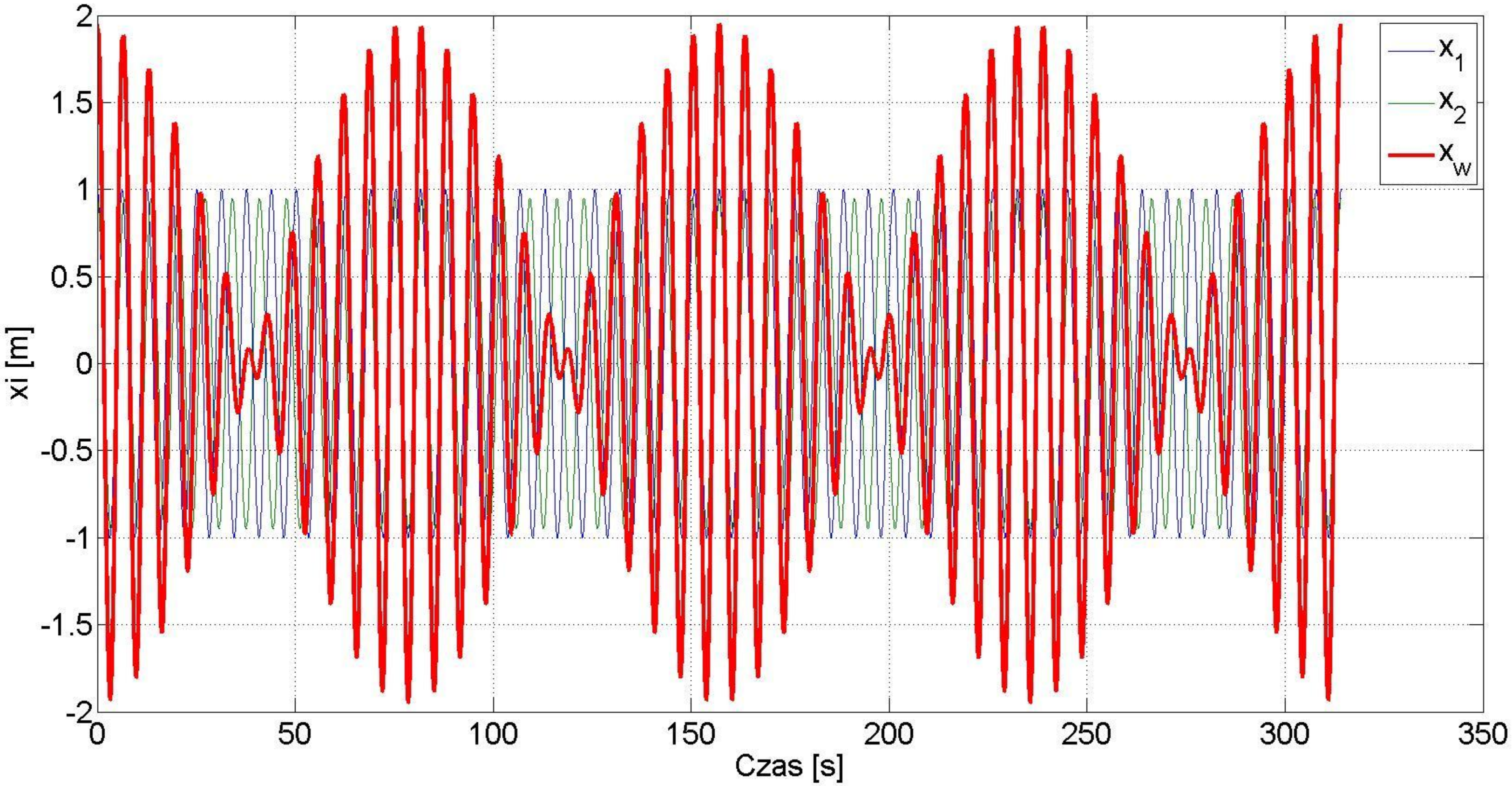




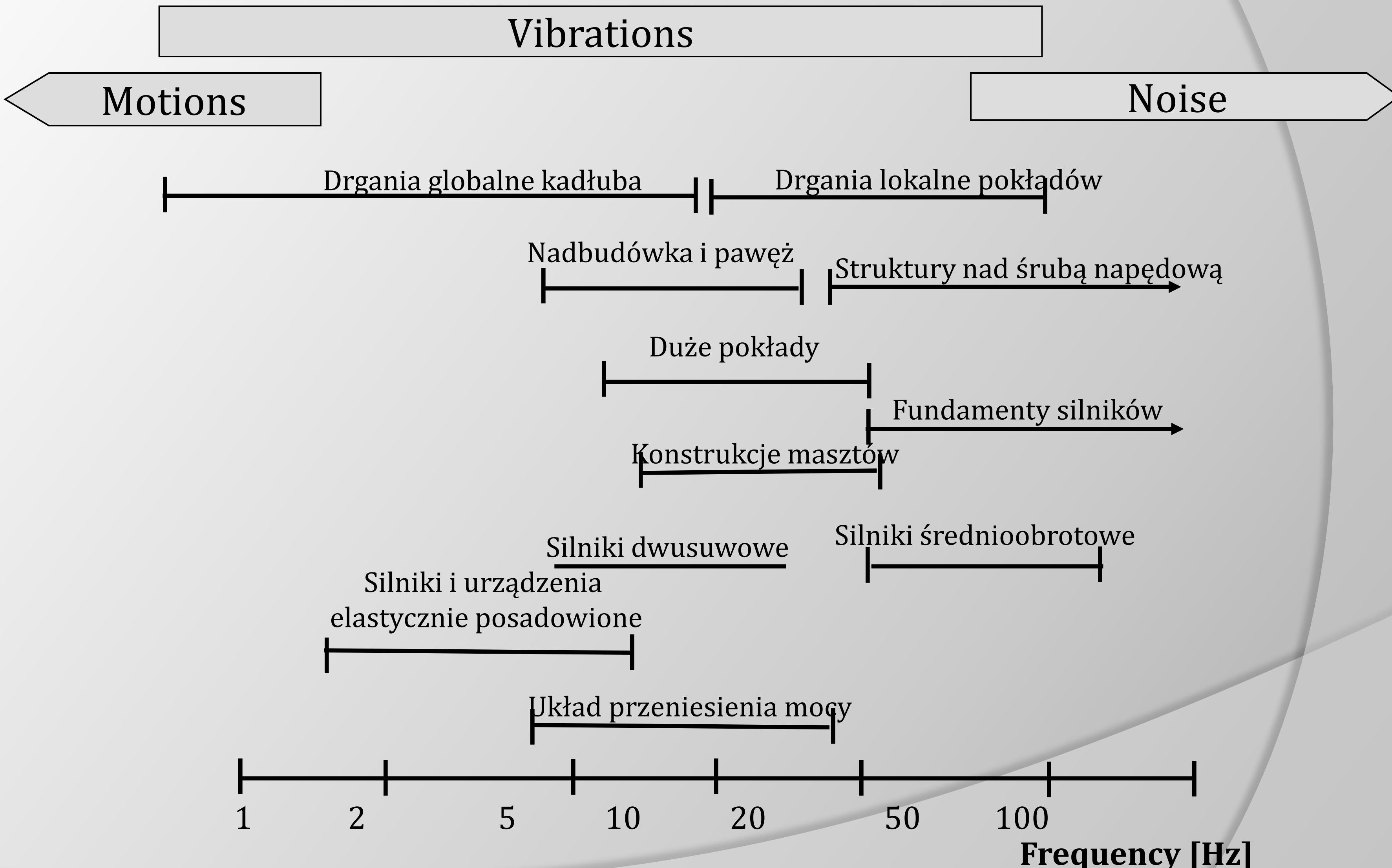
Sumowanie drgań harmonicznych

$$x_1 = 1.0 \cdot cos(\omega t)$$

$$x_2 = 0.95 \cdot cos(0.92 \cdot \omega t)$$



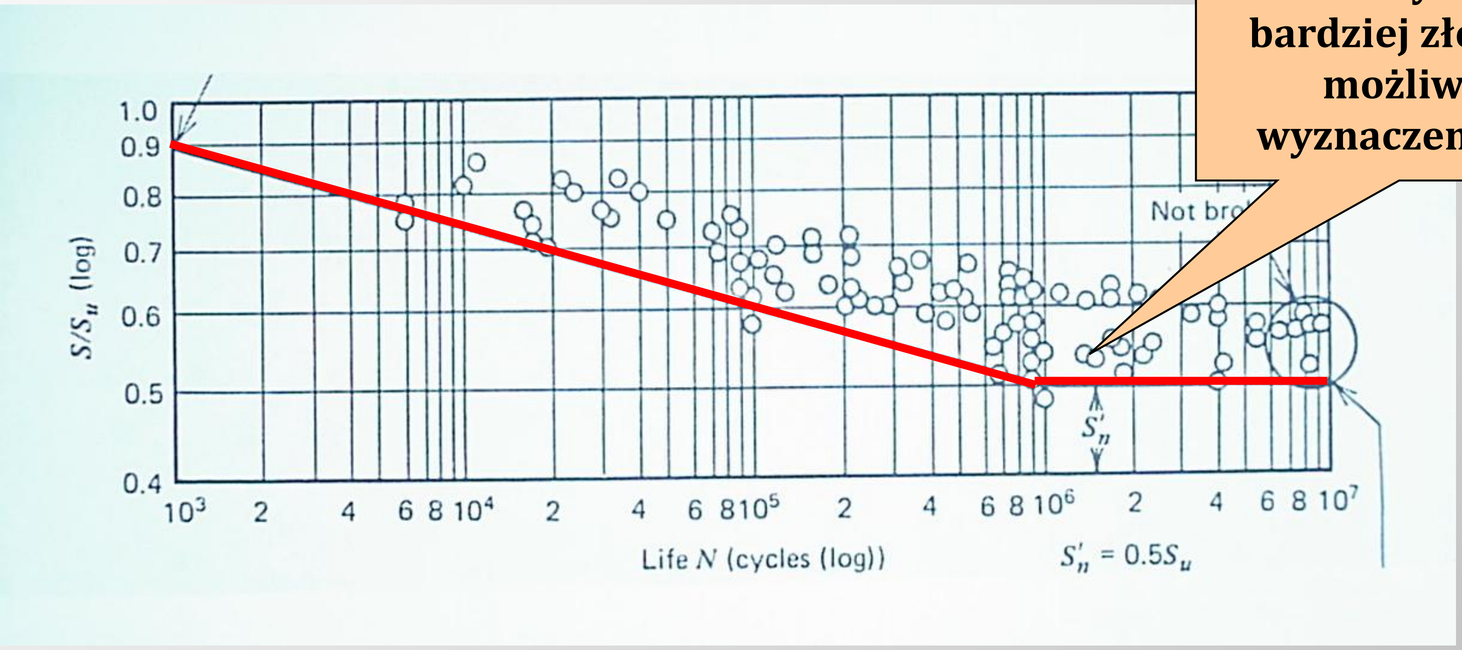
Drgania a przemieszczenia i hałasy na statkach



Wpływ drgań na wytrzymałość zmęczeniową konstrukcji

Krzywa S-N (Wöhler) dla stali

Rzeczywistość bardziej złożona od możliwej do wyznaczenia teorii



Zalecenia GL dla statków:

< 5 Hz amplituda przemieszczeń < 1 mm

> 5 Hz amplituda prędkości < 30 mm/s

Uszkodzenie zmęczeniowe jest możliwe po dwukrotnym przekroczeniu powyższych limitów

Wpływ drgań na ludzkie samopoczucie

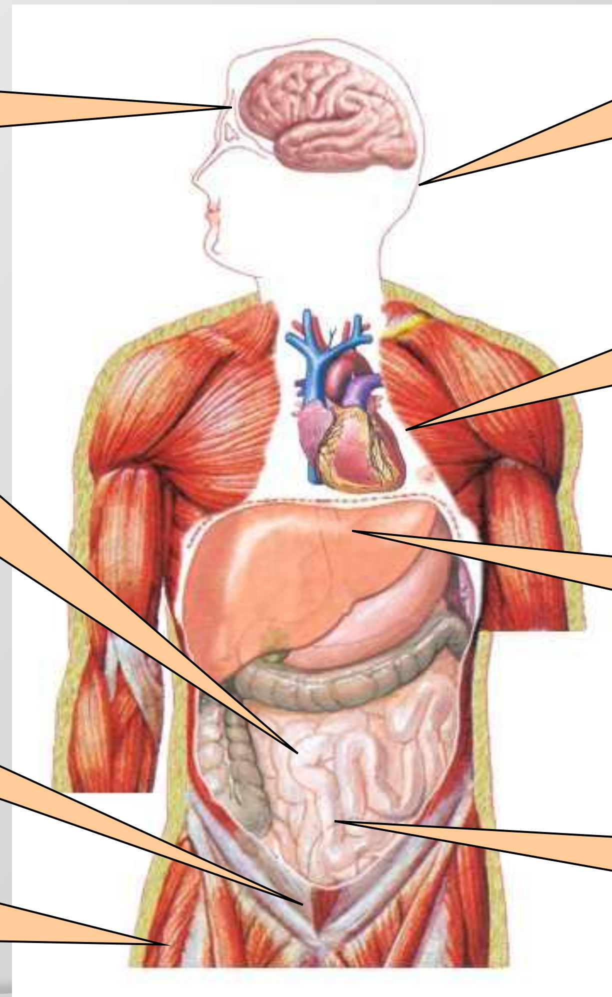
Częstotliwości drgań ludzkich organów

Mózg: 4.5-9 Hz
ogólny dyskomfort, mdłości

Głowa: 13-20 Hz
trudności z mówieniem

Jelita: 10.5-16 Hz
biegunka

Klatka piersiowa: 4-8 Hz
bóle, trudności z oddychaniem



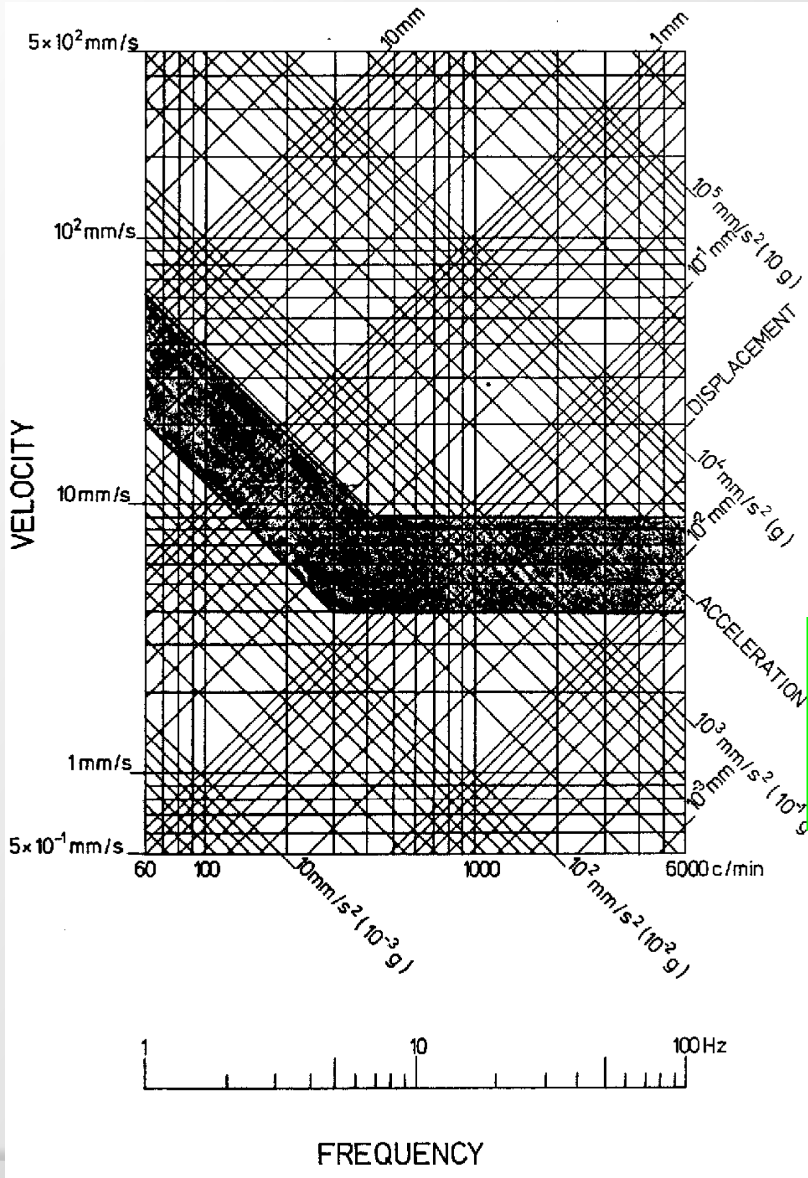
Plecy: 8-12 Hz
bóle

Pęcherz: 10-18 Hz
częstomocz

nogi: 13-20 Hz
wzrost napięcia mięśniowego

Brzuch: 4.5-10 Hz
bóle brzucha

Drgania dopuszczalne wg ISO 6954



drgania niedopuszczalne

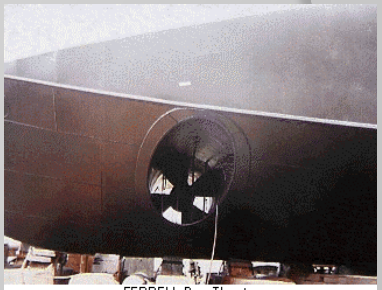
warunkowo dopuszczalne

dopuszczalne

Normy dla silników: ISO 7919 oraz ISO 10816

Limity dla silników i podwieszonych urządzeń:

0.71 mm amplituda przemieszczenia
14 mm/s prędkość drgań
0.7g przyśpieszenie

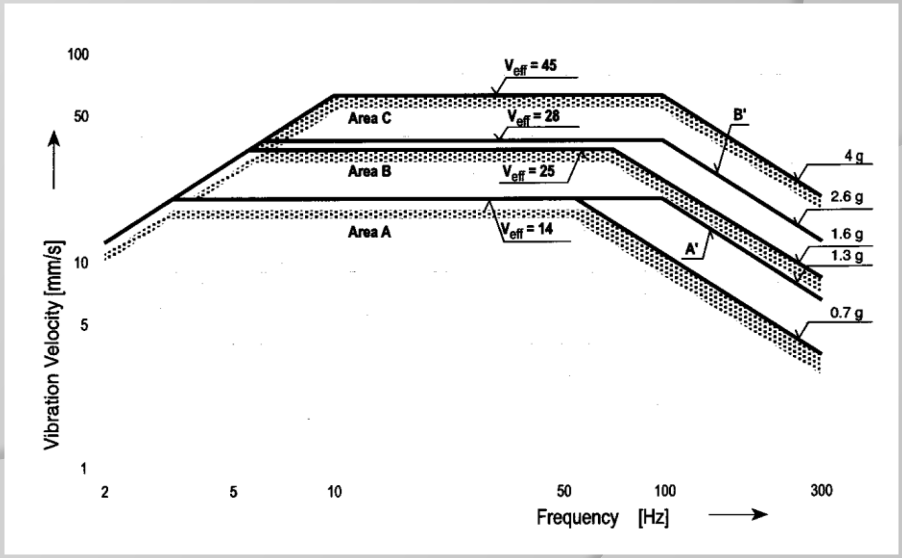


FERREL's Bow Thruster

Maszynka sterowa, ster strumieniowy

2x prędkość drgań
4x przyśpieszenie

Towarzystwa klasyfikacyjne próbują włączać normy ISO

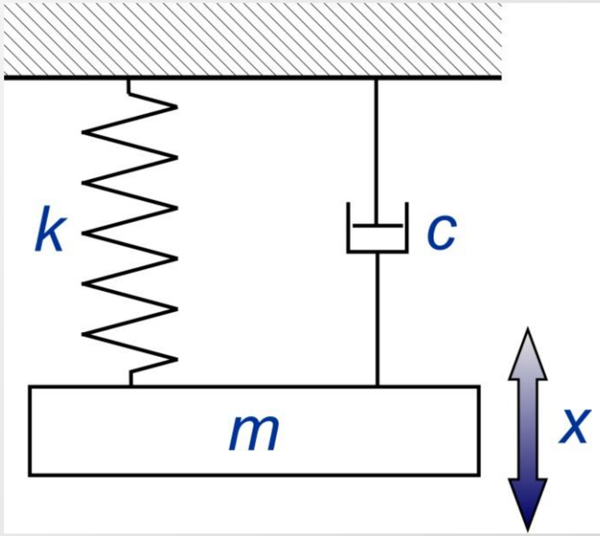


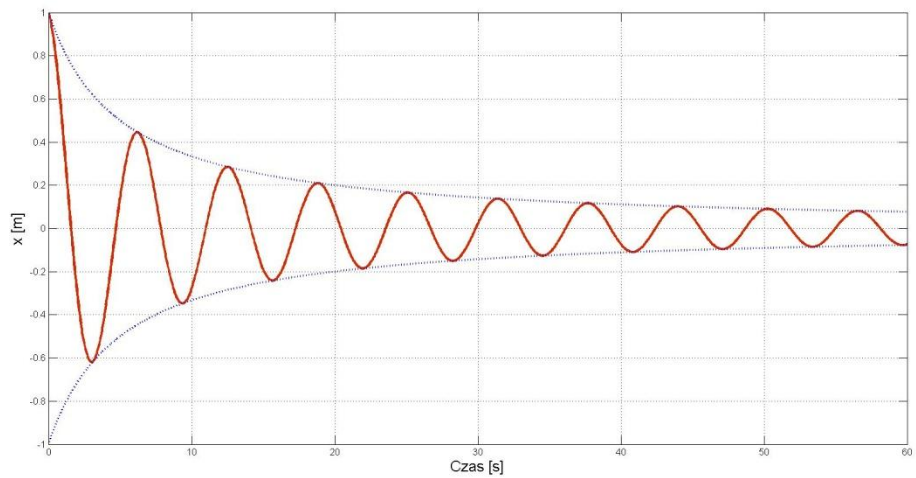
Drgania własne

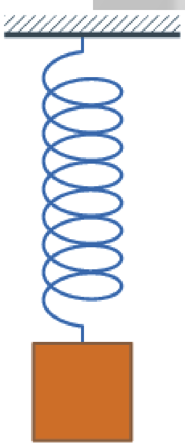
Co się dzieje gdy nie ma siły wymuszającej?

$$M \cdot \ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$$

Gdy ruch był to:





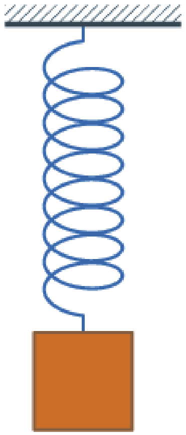


Co się stanie gdy nie ma tłumienia?

$$M \cdot \ddot{x} + Kx = 0$$

Czym są drgania własne?

Drgania własne
(bez sił wymuszających oraz bez tłumienia)



Równanie drgań własnych o jednym stopniu swobody:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$$

Przewidujemy, że:

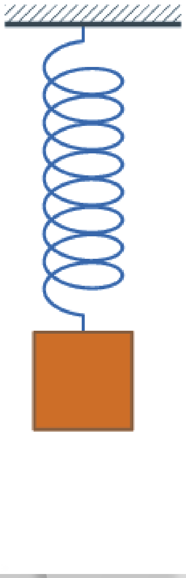
$$x = A \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$A \cdot cos(\omega t + \varphi_0) \cdot [-m\omega^2 + k] = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Drgania własne
(bez sił wymuszających oraz bez tłumienia)



Rozwiązanie równania drgań własnych o jednym stopniu swobody

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$$

to postać drgań:

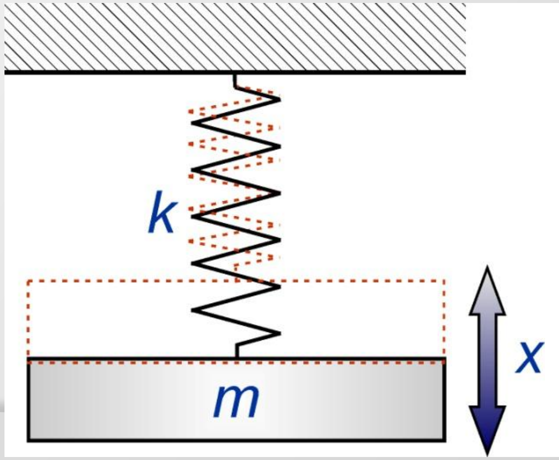
$$x = A \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$$

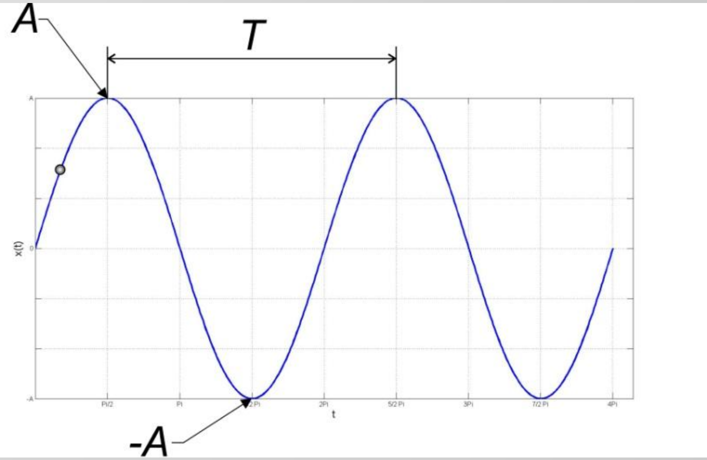
oraz częstotliwość drgań własnych:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

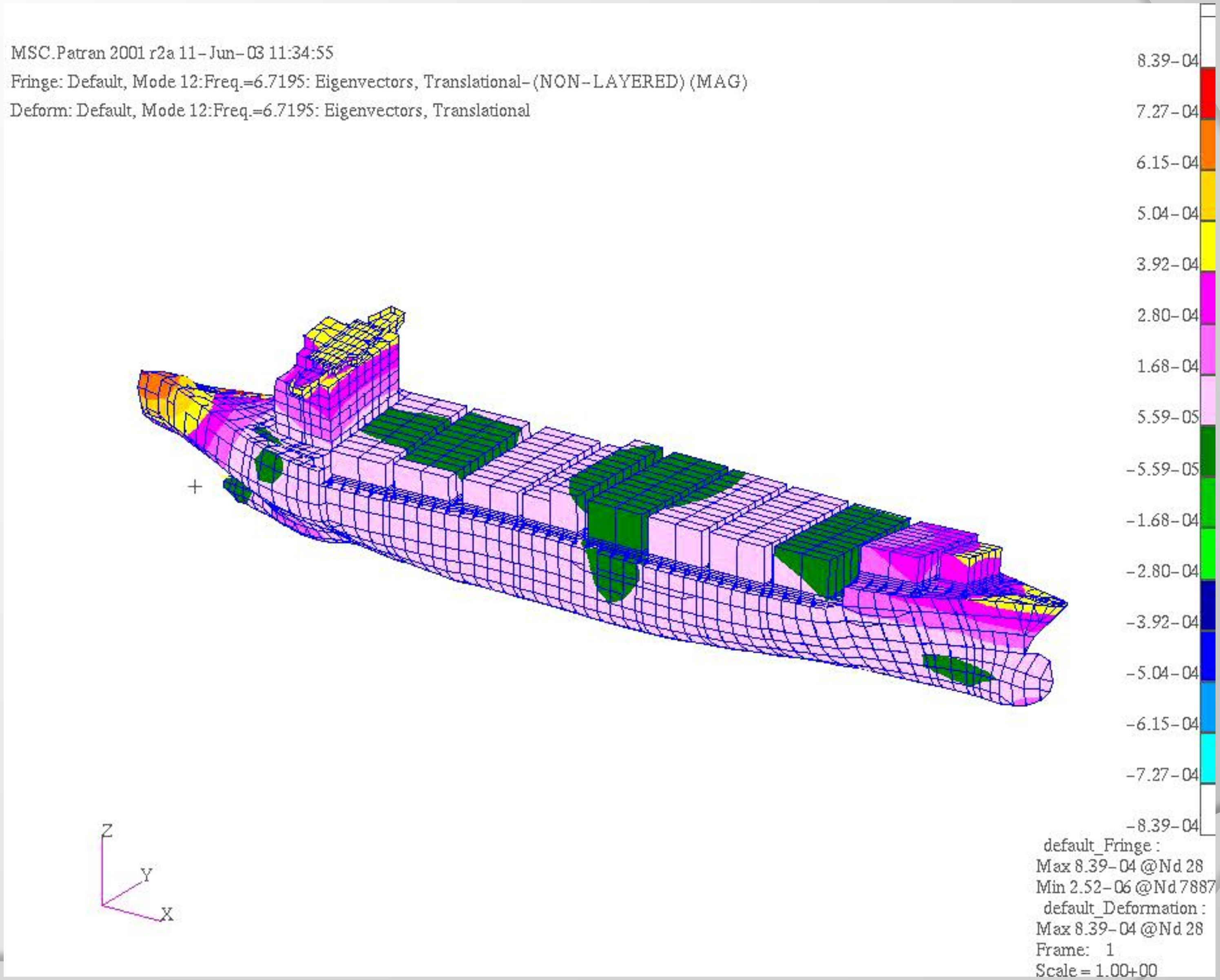
$$f = \frac{1}{T} \left[{}^{1}/_{s} \equiv Hz\right]$$





Częstotliwości i postacie drgań własnych

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$



f_1=1.20 Hz

f_2=2.26 Hz

f_3=2.30 Hz

f_4=3.44 Hz

f_5=4.70 Hz

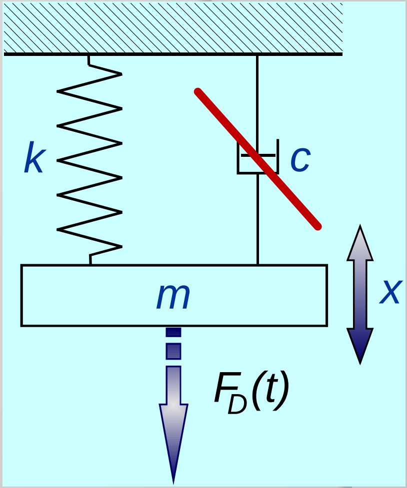
f_6=5.94 Hz

f_7=6.32 Hz

f_8=6.72 Hz

Drgania wymuszone niettłumione

$$m\ddot{x} + \cancel{c\dot{x}} + kx = F_D sin(\omega t)$$

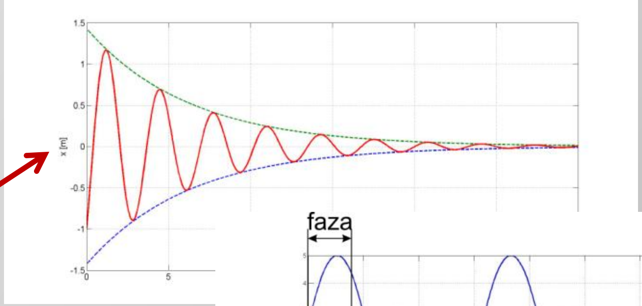


$$m\ddot{x} + kx = F_D sin(\omega t)$$

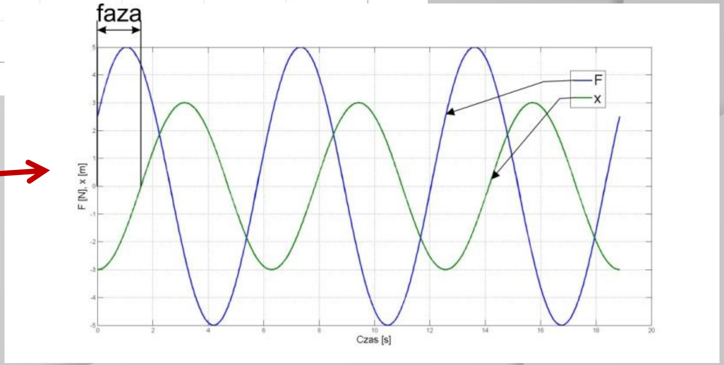
Jest to niejednorodne równanie różniczkowe drugiego rzędu (całka jest równa sumie całki ogólnej równania jednorodnego i całki szczególnej równania ogólnego).

$$x(t) = x_O(t) + x_s(t)$$

$$x_O(t) = A \cdot sin(\omega_0 t + \varphi)$$



$$x_s(t) = A \cdot sin(\omega t)$$



Całka ogólna to drgania własne (drgania przejściowe),
natomiast całka szczególna to drgania wymuszone (drgania ustalone)

Drgania wymuszone nietłumione

$$[-mA\omega^2 + kA - F_D] \cdot sin(\omega t) = 0$$

$$A = \frac{F_D}{k - m\omega^2}$$

jeżeli =1
to rezonans drgań!

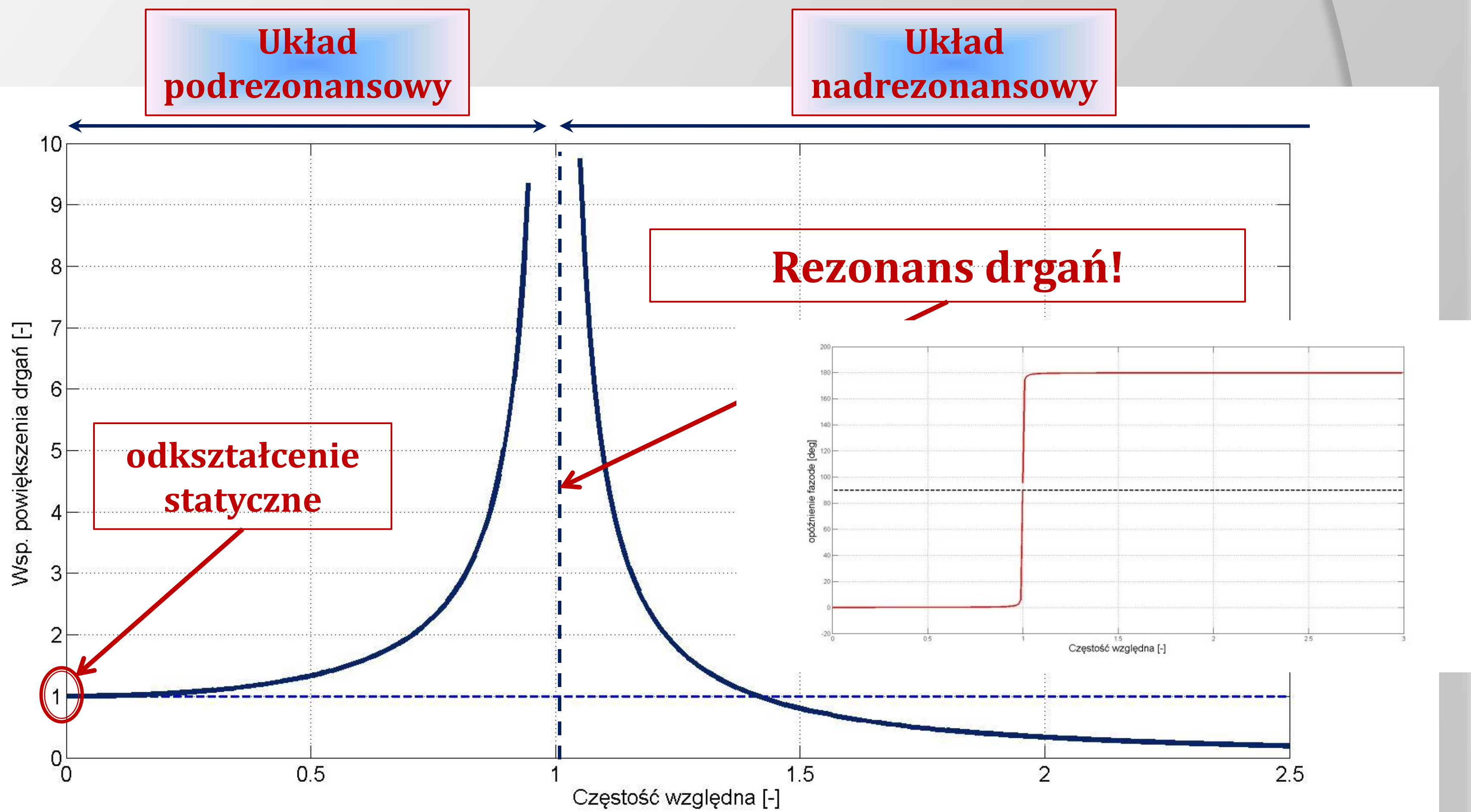
$$A = \frac{\frac{F_D}{k}}{1 - \frac{m}{k}\omega^2} = \frac{\Delta L_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Dynamiczny współczynnik powiększenia drgań:

$$\delta_{dyn} = \frac{A}{\Delta L_{st}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

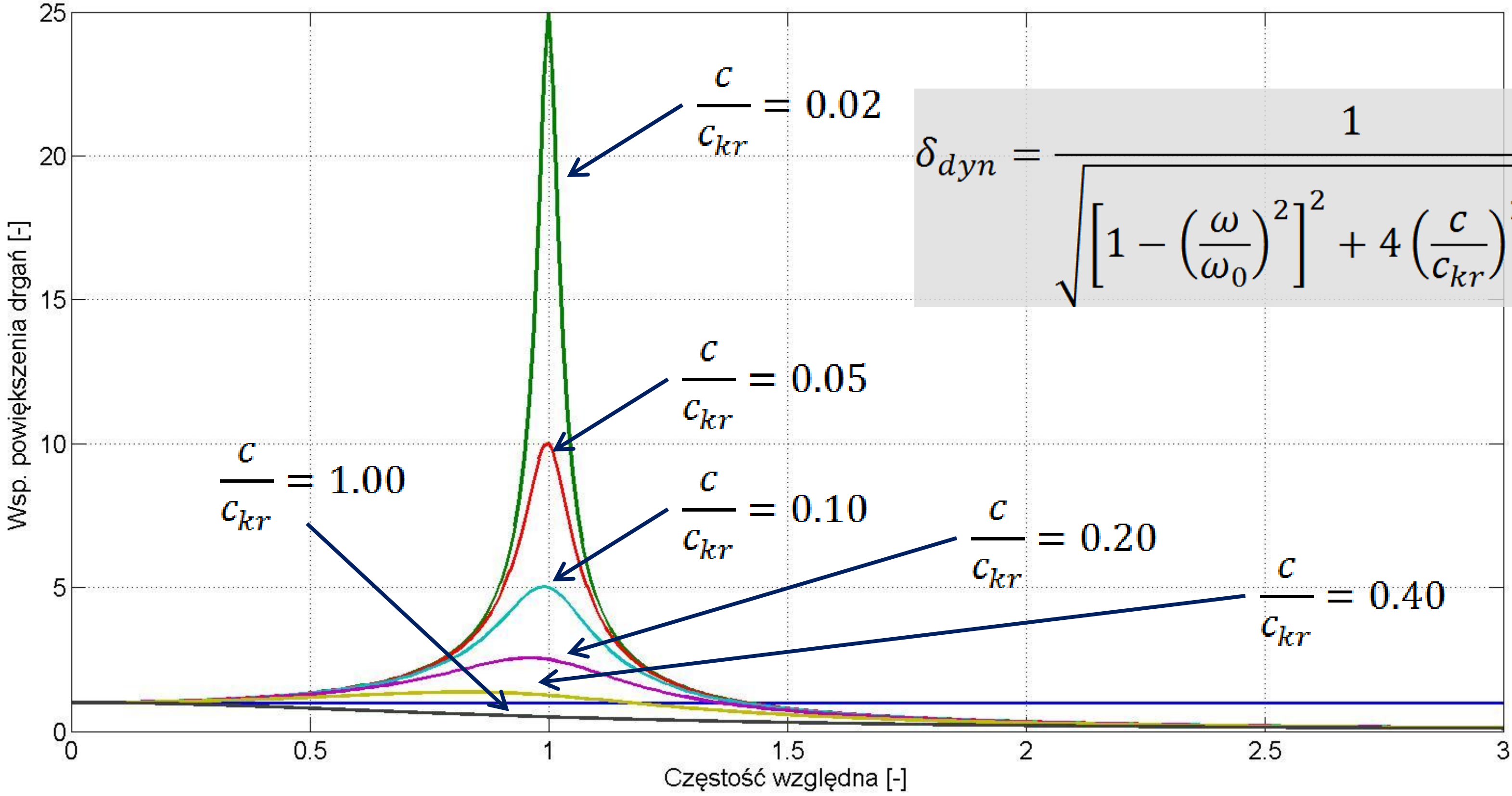
Drgania wymuszone niettłumione

$$\delta_{dyn} = \frac{A}{\Delta L_{st}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



Drgania wymuszone tłumione

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_D sin(\omega t)$$

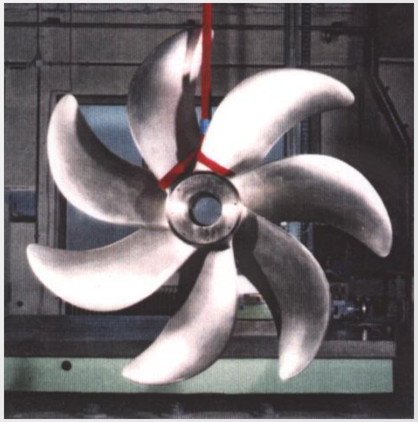


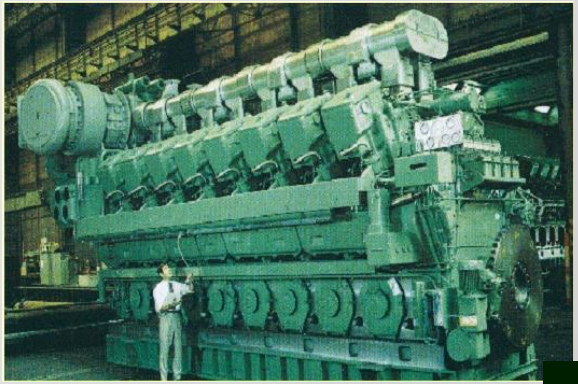
$$\delta_{dyn} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{c}{c_{kr}}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Źródła wymuszeń drgań okrętowych

Główne wymuszenia to

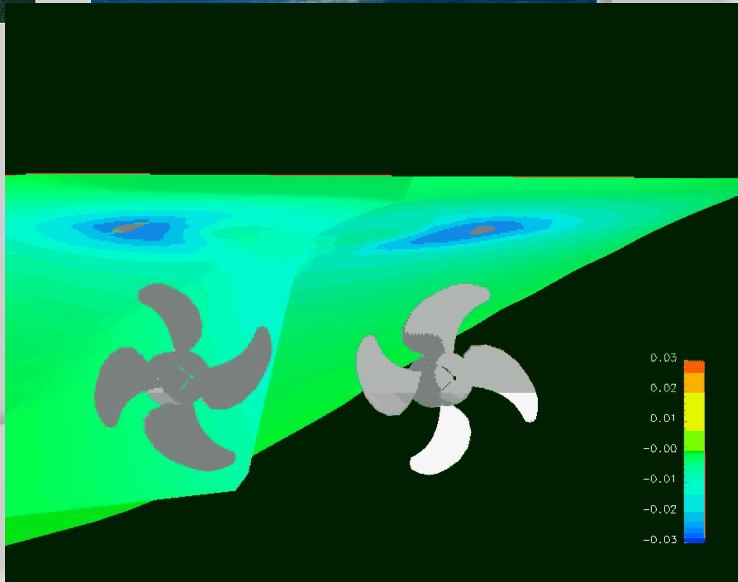
śruba nap. **silniki** **fale morskie**





Dodatkowo:

- sloshing
- slamming
- zmienny moment obrotowy silników
- i innych urządzeń pomocniczych
- urządzenia kotwiczne
- …



Obroty układu napędowego oraz liczba skrzydeł śruby i liczba cylindrów silnika wyznaczają częstotliwość wymuszeń drgań

Częstotliwość wymuszeń dla śruby napędowej:

rpm * liczba skrzydeł* 1,2,3,…

Przykład:

120 rpm (=2 Hz)
4 skrzydła

8 Hz, 16 Hz, 24 Hz, … wymuszenia

Dobór liczby skrzydeł oraz liczby cylindrów może być b. istotny (unikanie rezonansów konstrukcji okrętowych)

“Rząd wymuszeń” jest ważny

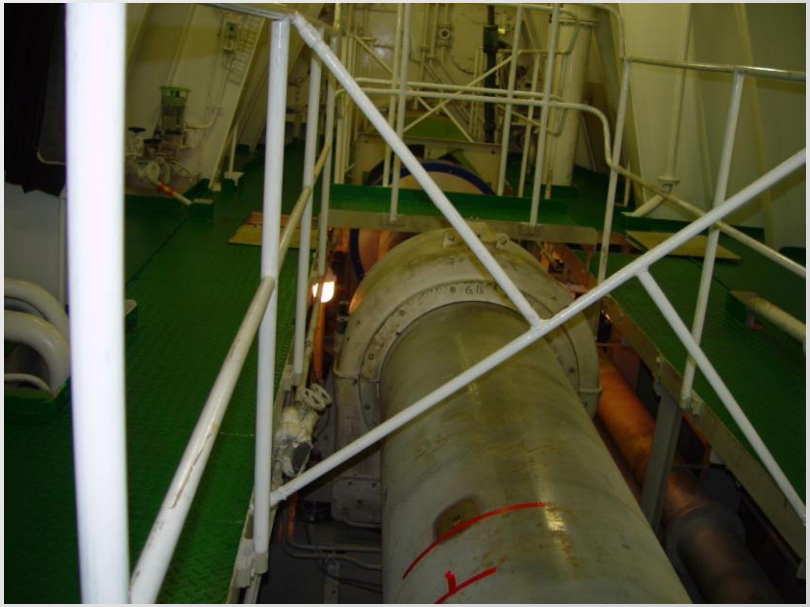
$$\text{rząd} = \frac{\text{częstotliwość wymuszająca}}{\text{obroty układu napędowego}}$$

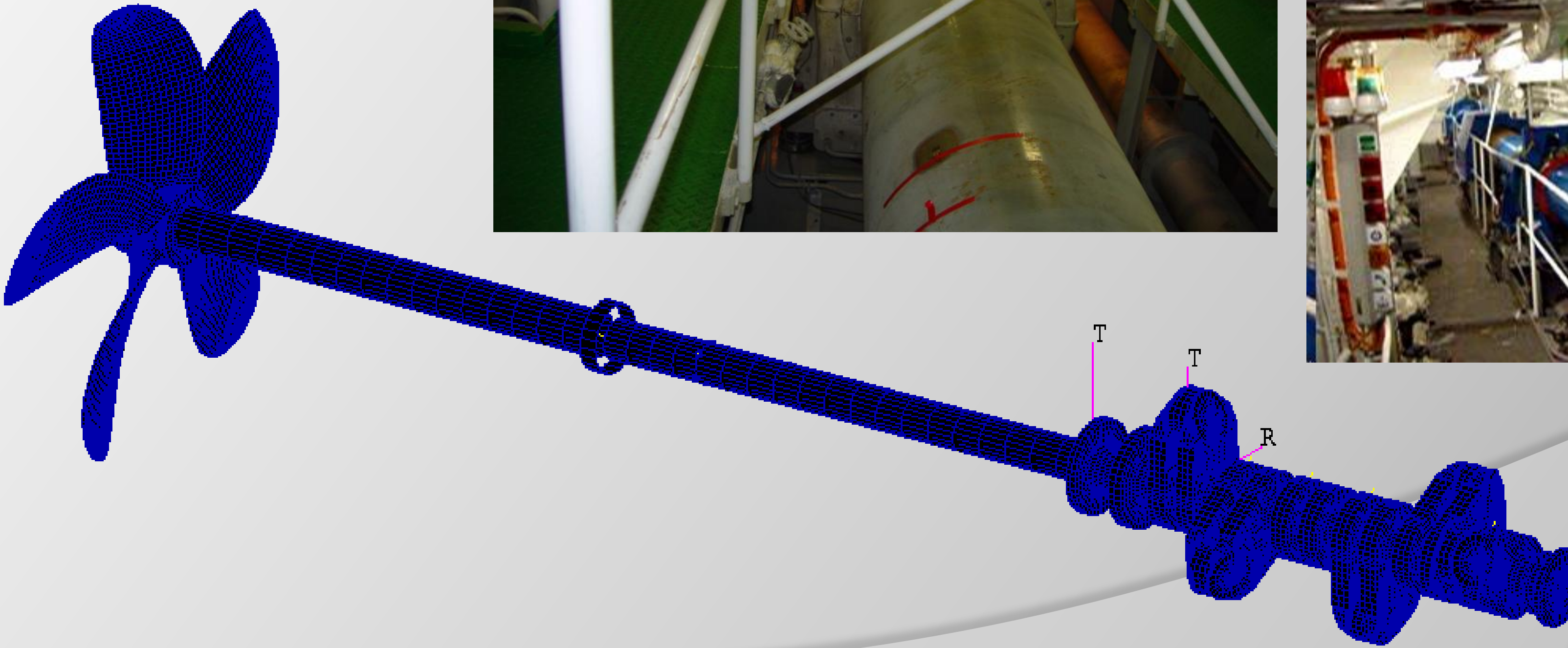
Dwusuwowe silniki z N cylindrami: 1, 2, …, N-ty rząd

Czterosuwowe mają również rzędy połówkowe

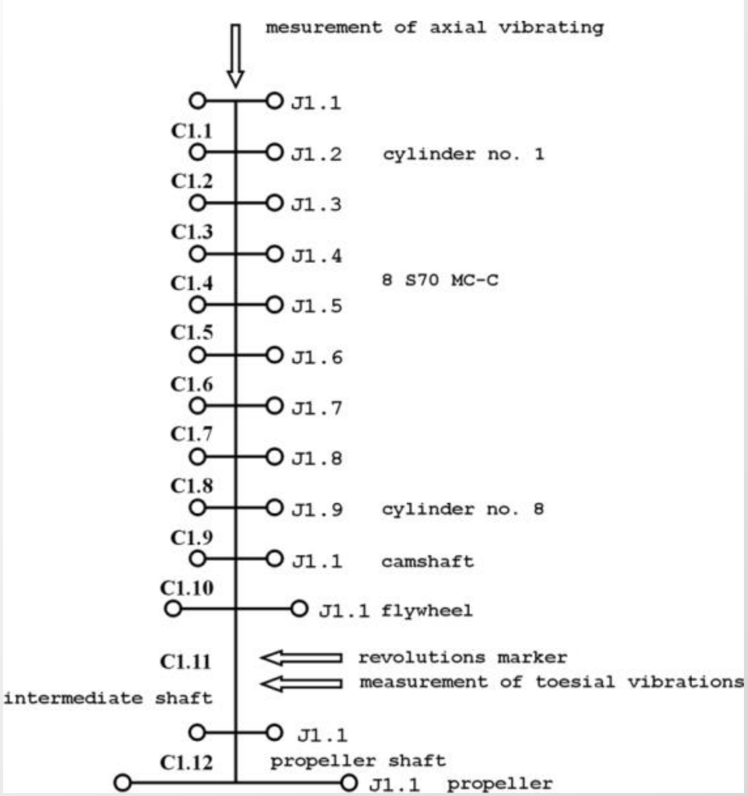
Częstotliwości drgań własnych kadłuba zależą od stanu ładunkowego, ale należy unikać rezonansów w typowych stanach eksploatacyjnych dla niższych postaci drgań własnych

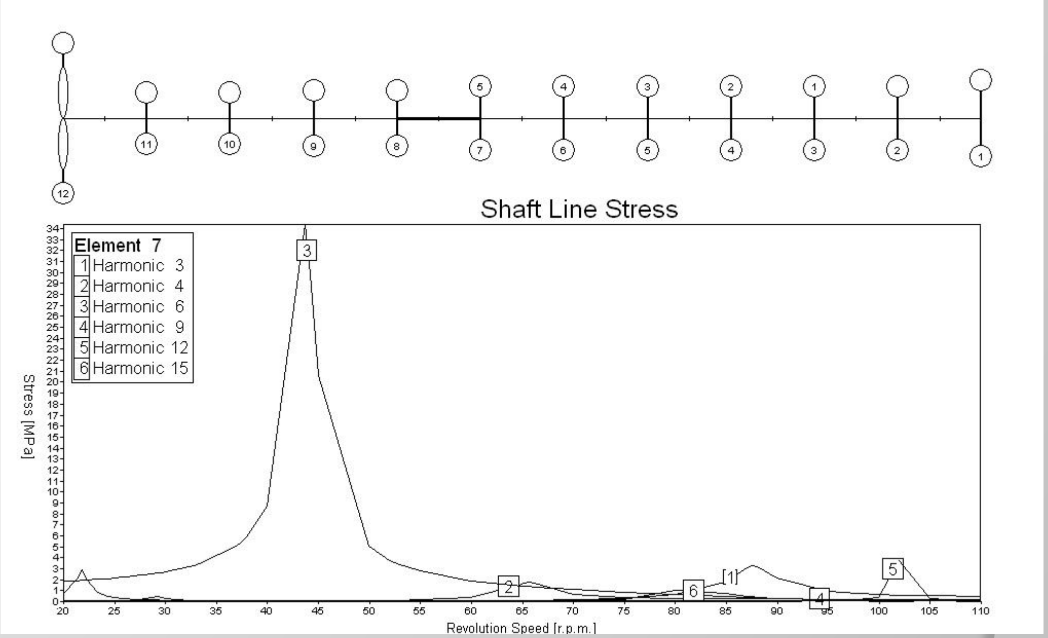
Drgania skrętne okrętowego układu przeniesienia mocy

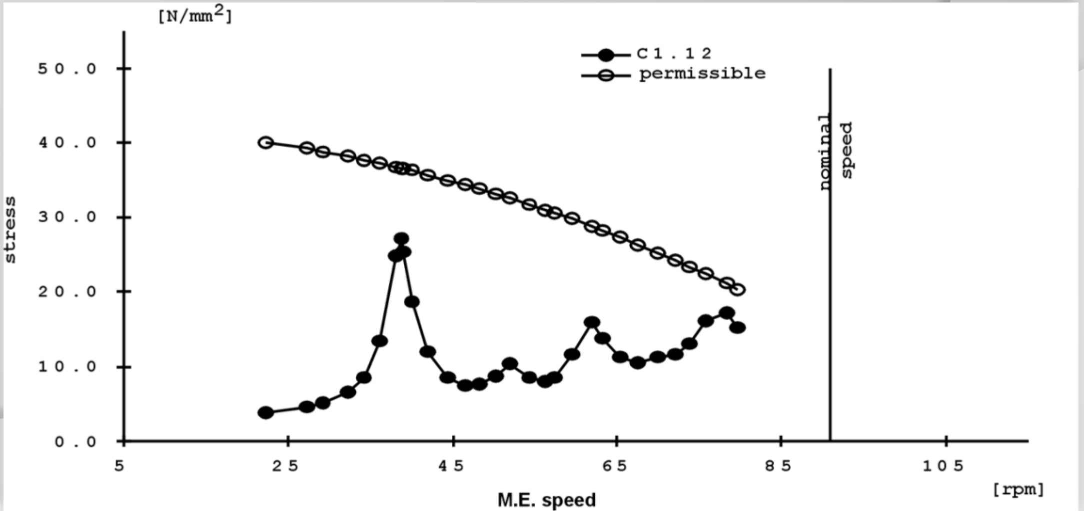




Drgania skrętne okrętowego układu przeniesienia mocy








Dziękuję za uwagę!