

MECHANIKA ANALITYCZNA

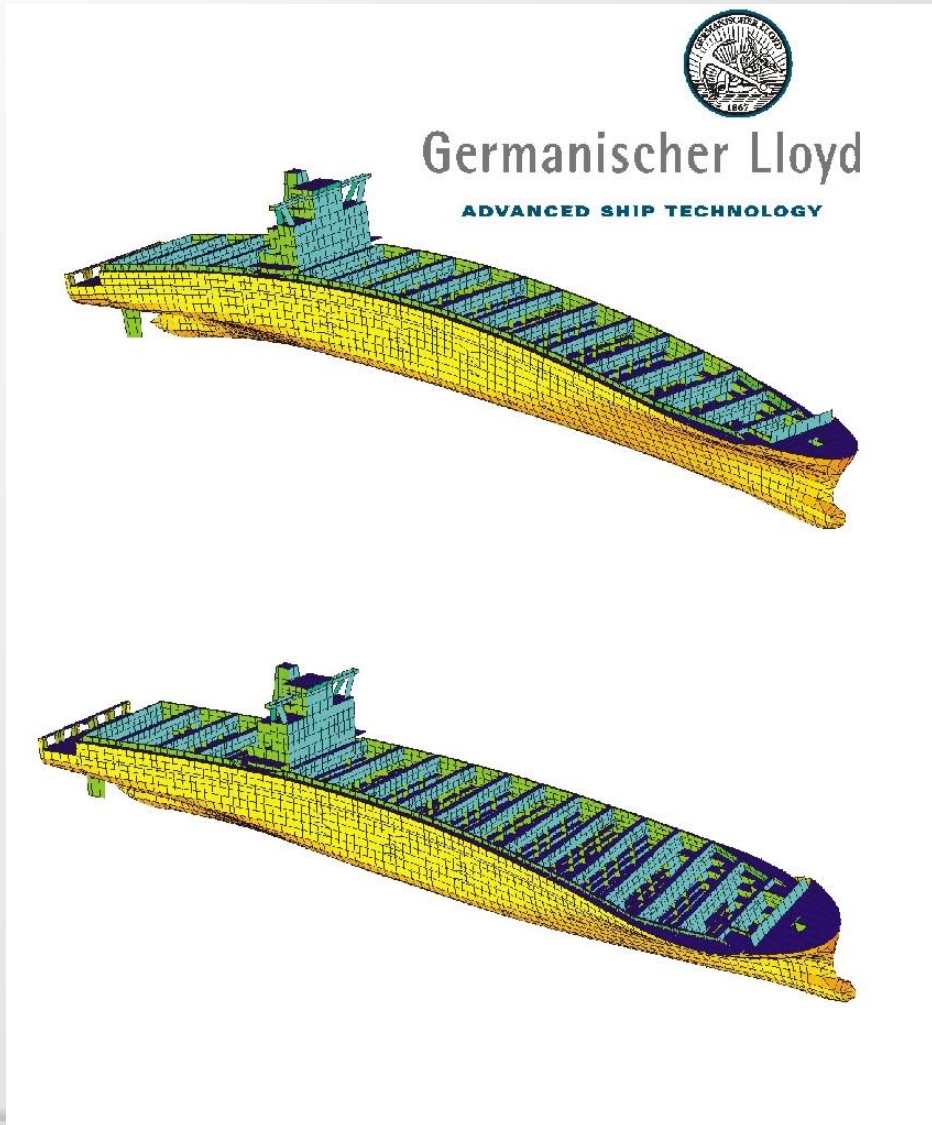
Metoda Elementów Skończonych

LECH MURAWSKI

l.murawski@wm.umg.edu.pl

pok. A213

Obliczenia MES najpopularniejsze



Przyczyny:

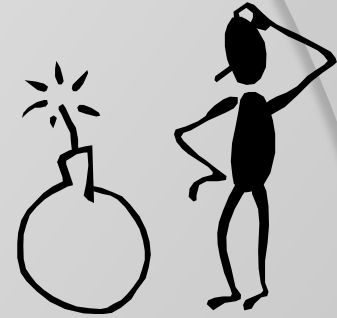
**Prostota, uniwersalność,
dokładność, dostępność
oprogramowania**

Ale:

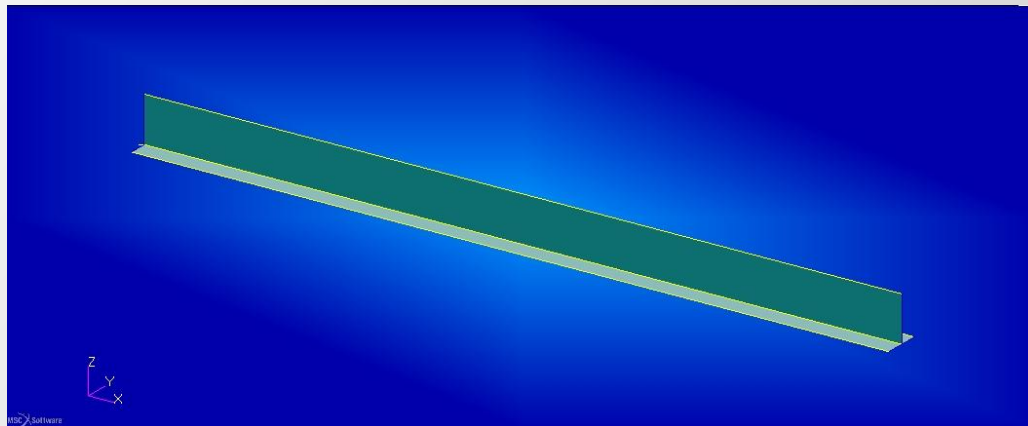
- **Metoda elementów spektralnych efektywniejsza dla wyższych częstotliwości**
- **Metoda elementów brzegowych prostsza i szybsza dla nieskomplikowanych elementów**
- **Metoda różnic skończonych prostsza w oprogramowaniu i łatwiejsza w interpretacji (obliczenia nieliniowe)**

Metoda Elementów Skończonych

Jak wyznaczyć deformacje i wytrzymałość konstrukcji?



W przypadku prostej belki teowej...



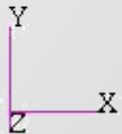
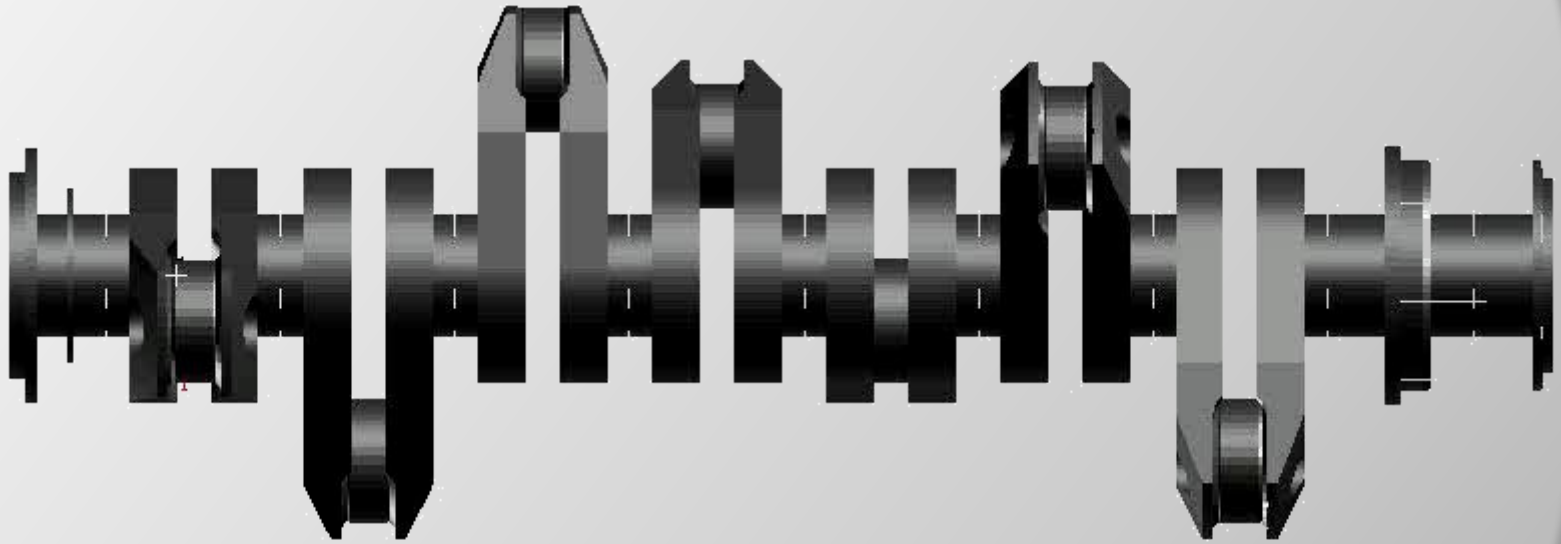
**wzory analityczne
(dla małych ugięć):**

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -M_g(x)$$

**dla belki swobodnie podpartej na końcach
i obciążonej siłą skupioną:**

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_z}$$

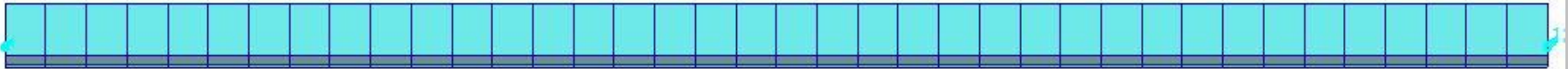
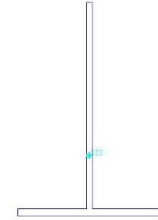
Jak policzyć wał korbowy ????



Metoda Elementów Skończonych

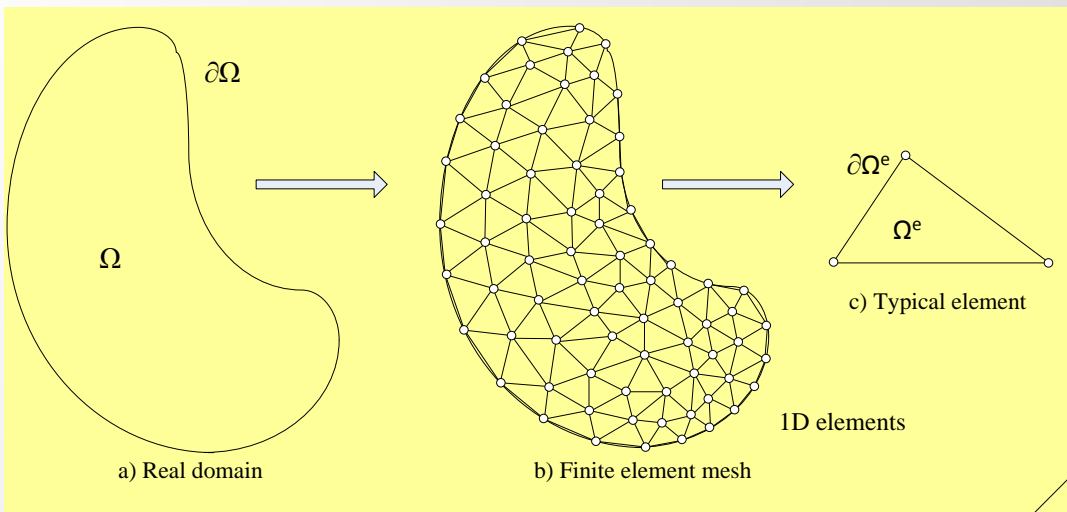


Metoda Elementów Skończonych (MES, ang. FEM, *Finite Element Method*) – metoda rozwiązywania układów równań różniczkowych, opierająca się na podziale dziedziny na skończone elementy (**dyskretyzacja**), dla których rozwiązanie jest przybliżane przez funkcje (**funkcje kształtu**), i przeprowadzaniu faktycznych obliczeń *tylko dla węzłów* tego podziału.



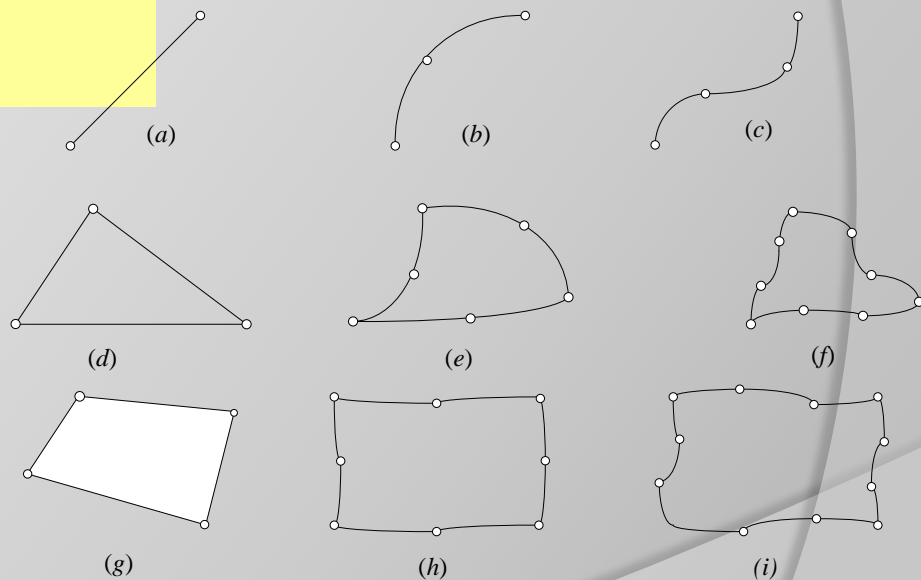
Metoda Elementów Skończonych

1. Dyskretyzacja

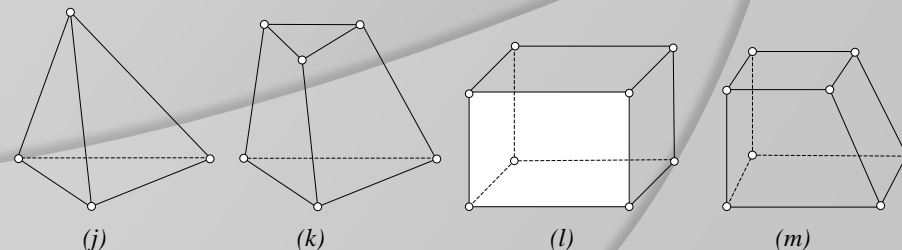


2. Wybór funkcji przemieszczeń (funkcja liniowa, kwadratowa...)

2D elements



3D elements



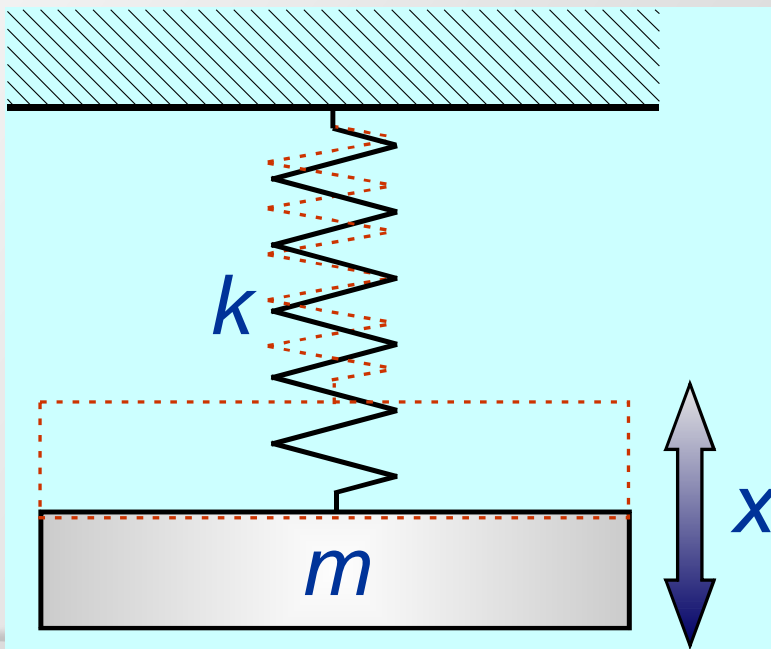
Metoda Elementów Skończonych

3. Zdefiniowanie zależności odkształcenie - naprężenie

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}$$

$$\sigma_x = E \varepsilon_x$$

4. Wyznaczenie sztywności elementów



$$F(x) = k(x_1 - x_2) = k \cdot \Delta L$$

Dla rozciąganego pręta :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$k = \frac{F}{\Delta L} = E \frac{S}{L_0}$$

Sztywność liniowa

$$F(x) = k(x_1 - x_2) = k \cdot \Delta L$$

Dla rozciąganego pręta :

$$k = \frac{F}{\Delta L} = E \frac{S}{L_0}$$

Dla sprężyny:

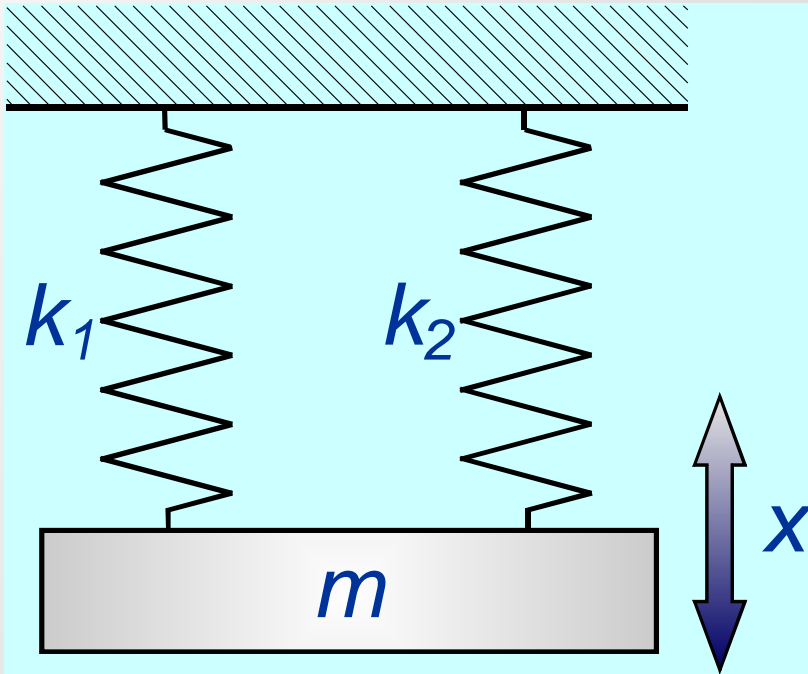
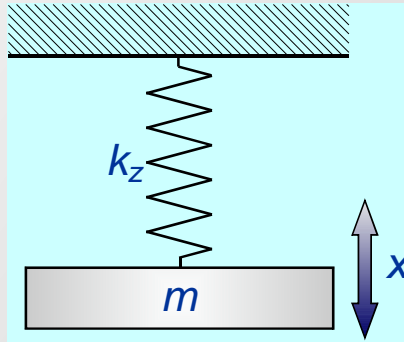
$$k = \frac{F}{\Delta L} = G \frac{d^4}{8nD^3}$$

Dla belki jednostronnie utwierdzonej: $k = \frac{F}{\Delta L} = E \frac{3I}{L^3}$

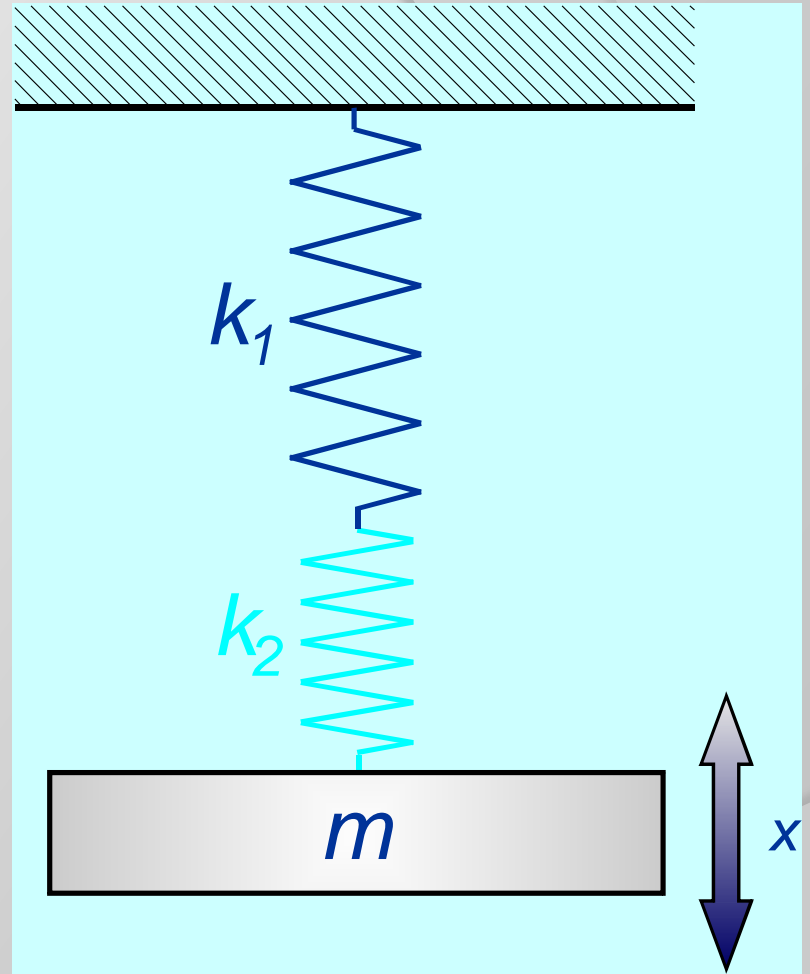
Dla belki na dwóch podporach: $k = \frac{F}{\Delta L} = E \frac{48I}{L^3}$

Dla skręcania utwierdzonego krążka: $k = \frac{F}{\Delta L} = G \frac{I_0}{L}$

Sumowanie sztywności



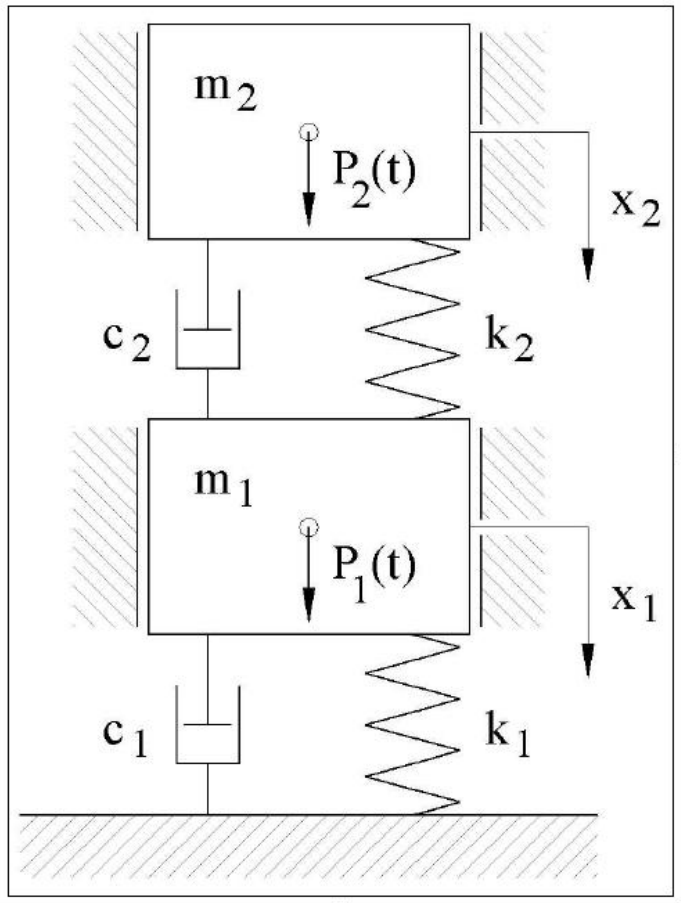
$$k_z = \sum_{i=1}^n k_i$$



$$\frac{1}{k_z} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

Metoda Elementów Skończonych

5. Ułożenie globalnych równań równowagi lub ruchu



$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial T_D}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial V}{\partial x} = Q(t)$$

$$T = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$T_D = \frac{c\dot{x}^2}{2}$$

$$V = \frac{kx^2}{2}$$

Praca sił sprężystości

Energia potencjalna sprężyny jest równa pracy sił sprężystości

$$L = \int_{M_1}^{M_2} \{F_x dx + F_y dy + F_z dz\}$$

$$F_x = -kx; F_y = 0; F_z = 0$$

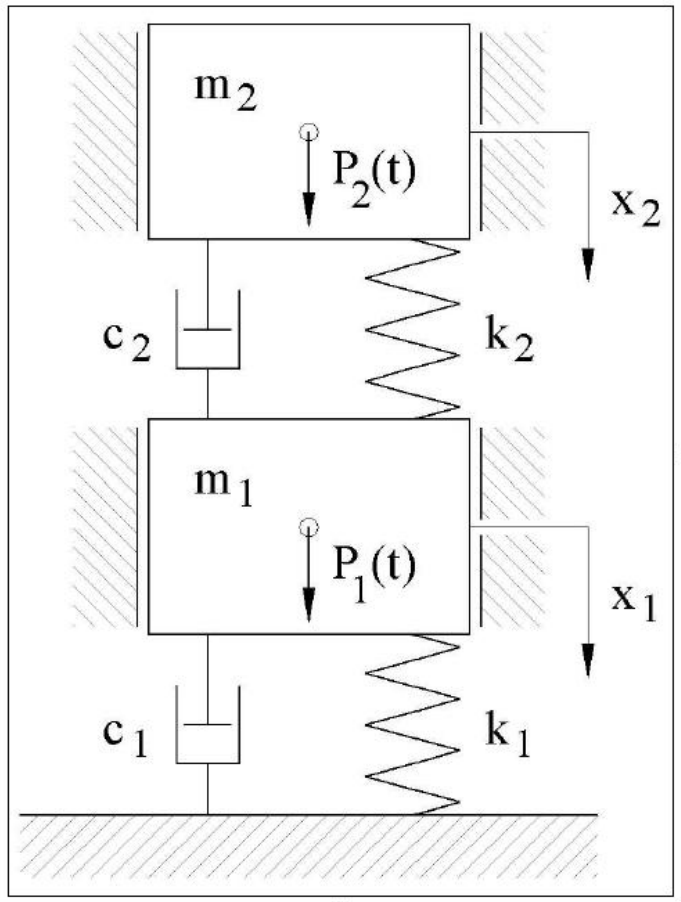
$$L = \int_{M_1}^{M_2} F_x dx$$

$$L = -k \int_0^x x dx$$

$$L = -\frac{kx^2}{2}$$

Metoda Elementów Skończonych

5. Ułożenie globalnych równań równowagi lub ruchu cd.



$$T = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$T_D = \frac{c\dot{x}^2}{2}$$

$$V = \frac{kx^2}{2}$$

$$T = \frac{m_1\dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2\dot{x}_2^2}{2}$$

$$T_D = \frac{c_1\dot{x}_1^2}{2} + \frac{c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2}{2}$$

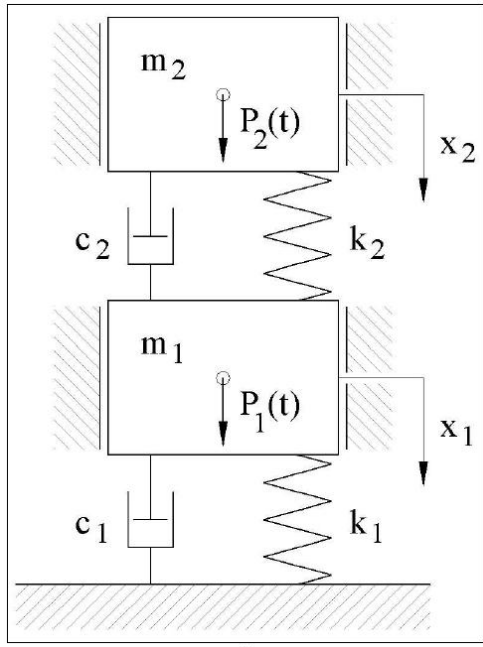
$$V = \frac{k_1x_1^2}{2} + \frac{c_2(x_2 - x_1)^2}{2}$$

Równanie Lagrange'a wykorzystujemy do ułożenia równań ruchu dla masy 1 oraz 2 poprzez różniczkowanie względem x_1 a następnie x_2

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial T_D}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial V}{\partial x} = Q(t)$$

Metoda Elementów Skończonych

5. Ułożenie globalnych równań równowagi lub ruchu c.d.



$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial T_D}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial V}{\partial x} = Q(t)$$

$$T = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2}$$

$$T_D = \frac{c_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2}{2}$$

$$V = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{c_2 (x_2 - x_1)^2}{2}$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + [(c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2] + [(k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2] = P_1(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + [(-c_2)\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2] + [(-k_2)x_1 + k_2x_2] = P_2(t)$$

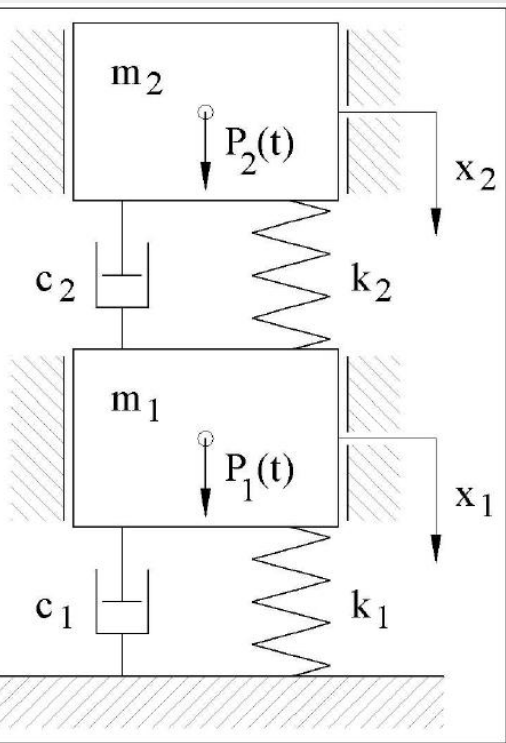
Metoda Elementów Skończonych

5. Ułożenie globalnych równań równowagi lub ruchu c.d.

$$m_1 \ddot{x}_1 + [(c_1 + c_2)\dot{x}_1 - c_2\dot{x}_2] + [(k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2] = P_1(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + [(-c_2)\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2] + [(-k_2)x_1 + k_2x_2] = P_2(t)$$

$$\begin{vmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{vmatrix}$$



$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{P}(t)$$

Metoda Elementów Skończonych

6. Wprowadzenie warunków brzegowych i rozwiązanie równań równowagi względem nieznanymi stopni swobody

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}$$

7. Wyznaczenie odkształceń i naprężeń elementów

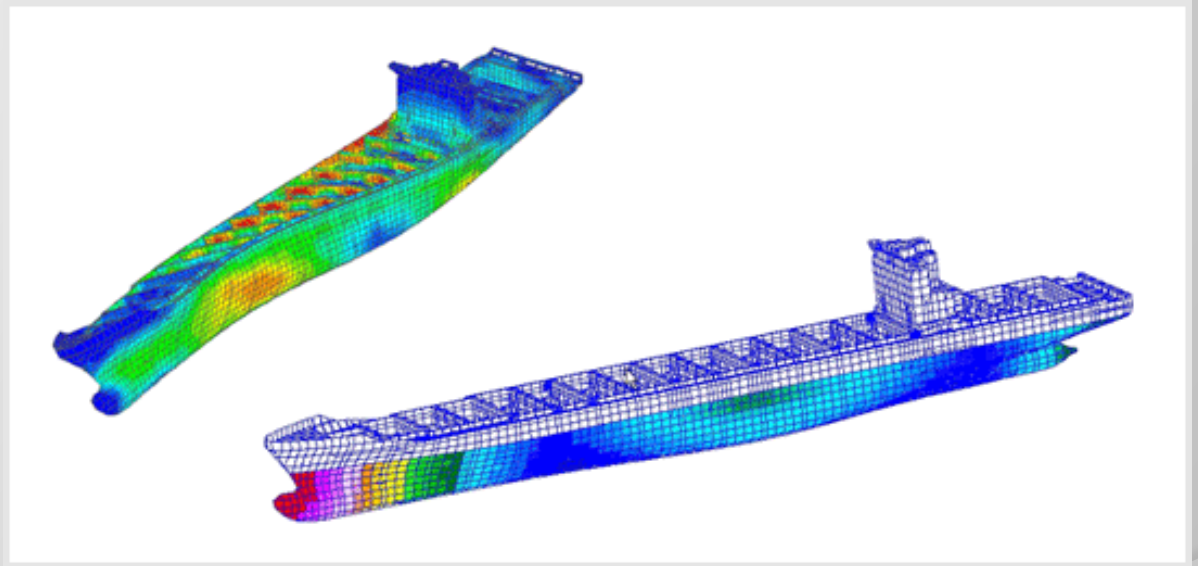
8. Interpretacja wyników obliczeń

Metoda Elementów Skończonych



W mechanice:

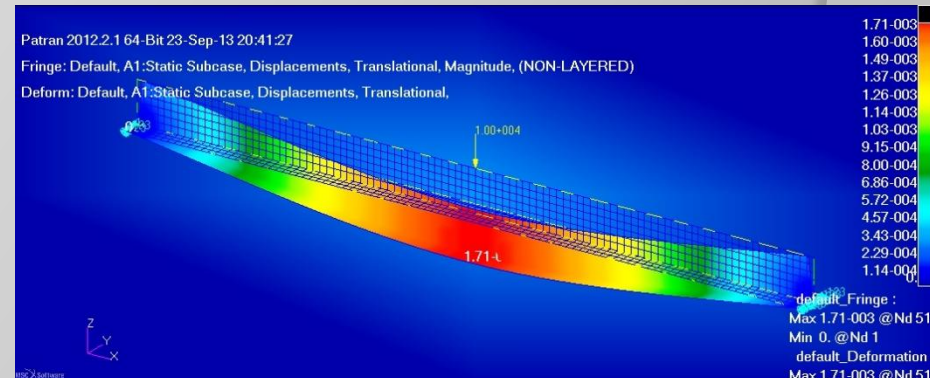
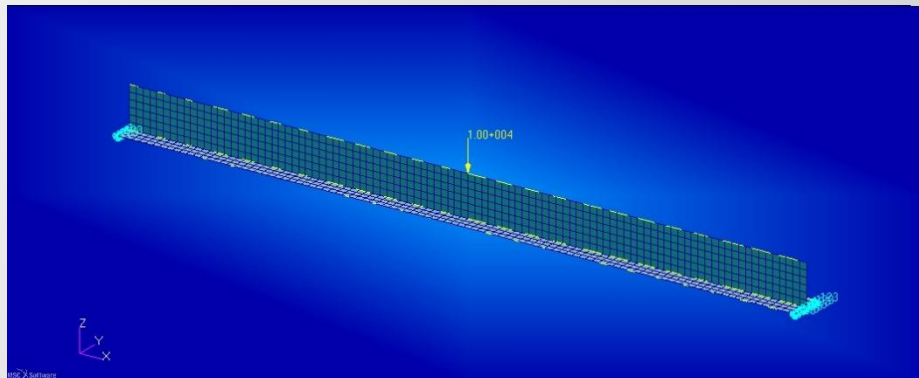
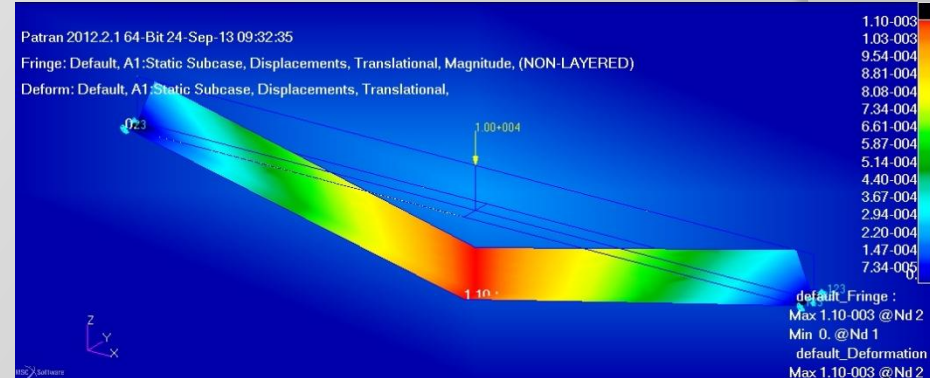
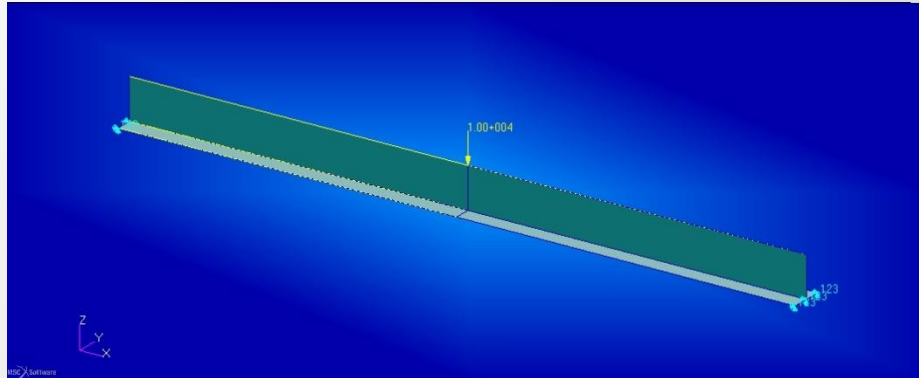
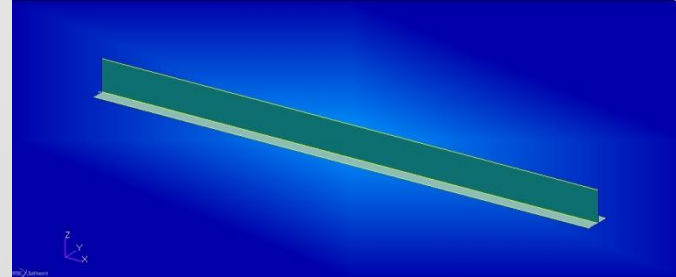
$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$$



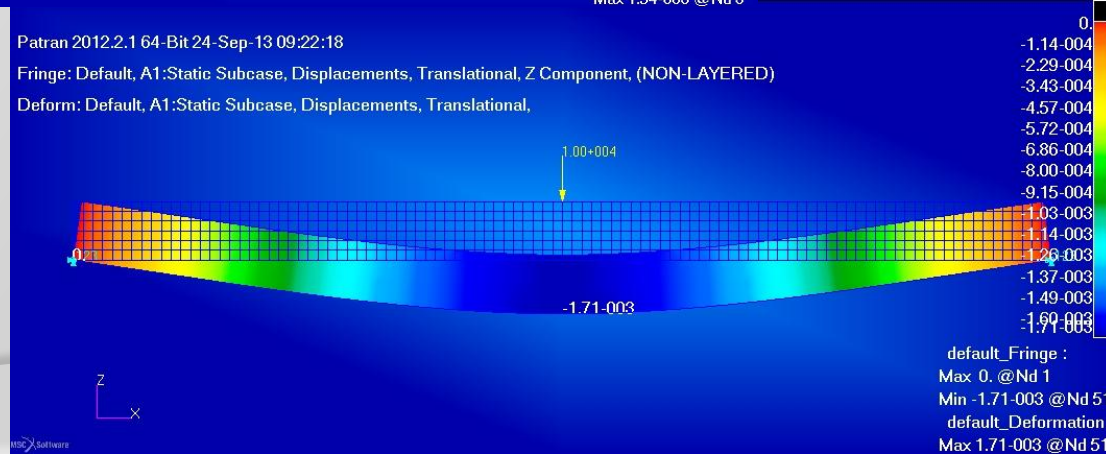
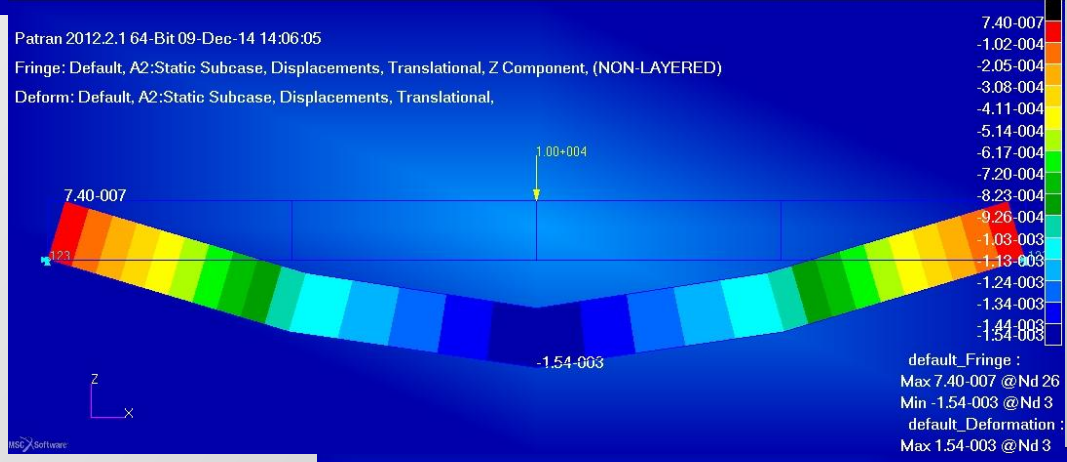
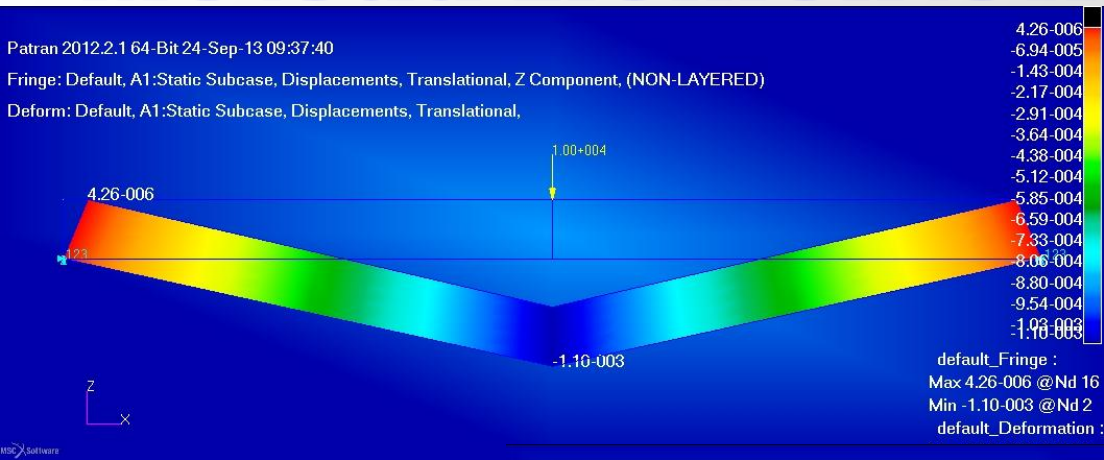
Za pomocą **MES** bada się w mechanice komputerowej wytrzymałość konstrukcji, symuluje odkształcenia, naprężenia, przemieszczenia, przepływ ciepła, przepływ cieczy, oddziaływania elektromagnetyczne itp. Można analizować statykę, kinematykę i dynamikę maszyn.

Metoda Elementów Skończonych

Dla belki teowej:



Metoda Elementów Skończonych

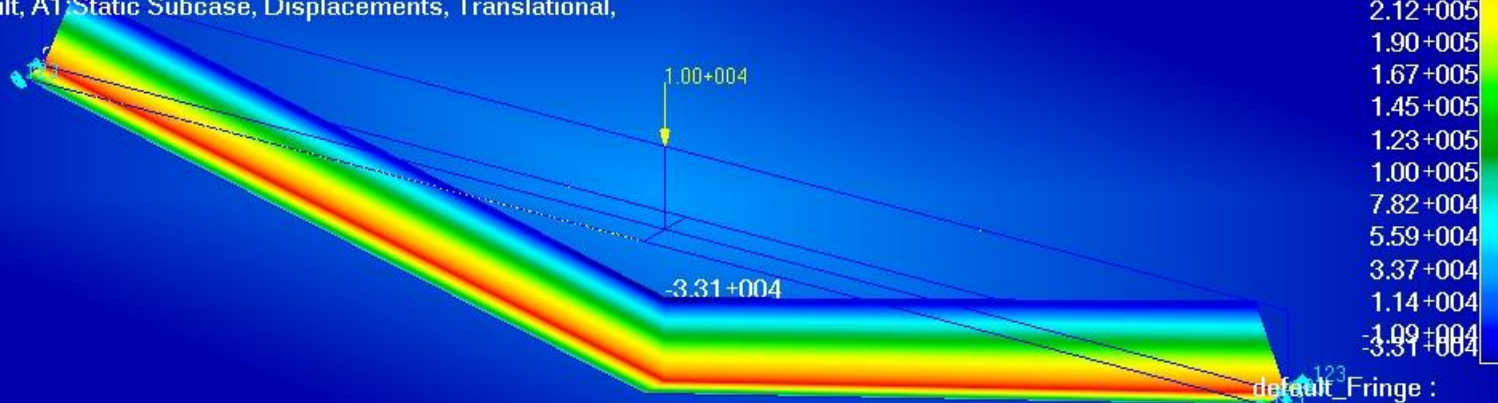


Metoda Elementów Skończonych

Patran 2012.2.1 64-Bit 24-Sep-13 09:35:43

Fringe: Default, A1:Static Subcase, Stress Invariants, Major Principal, , At Z1

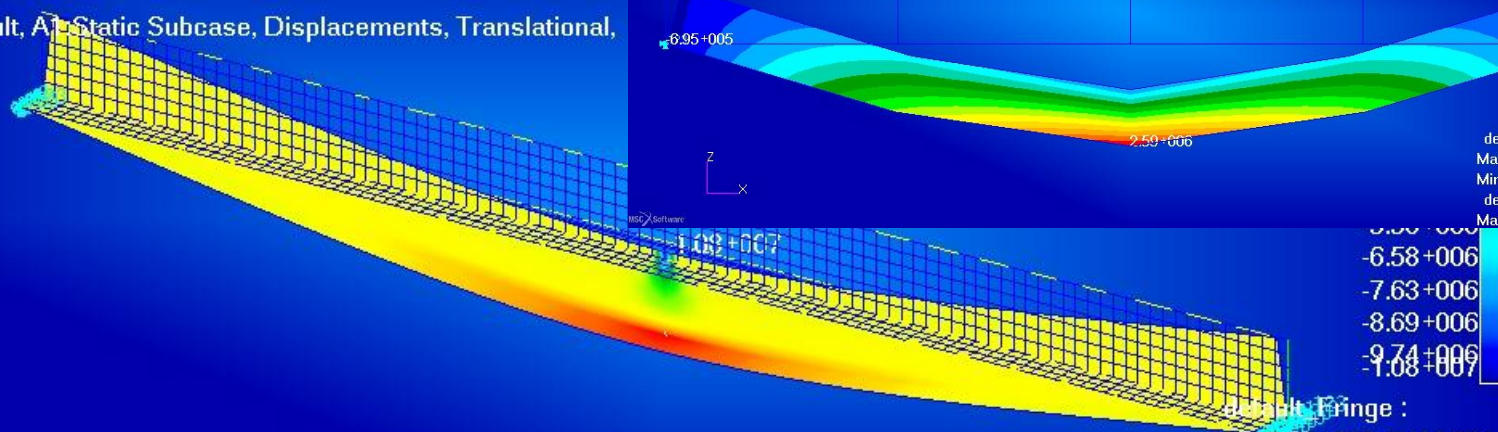
Deform: Default, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



Patran 2012.2.1 64-Bit 23-Sep-13 20:50:10

Fringe: Default, A1:Static Subcase, Stress Invariants, Major Principal, , At Z1

Deform: Default, A1:Static Subcase, Displacements, Translational,



Budowa modelu MES

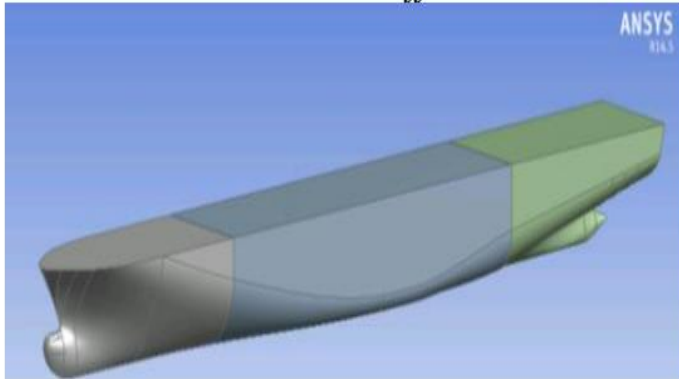


Figure 1. CAD model of the idealized hull without stiffeners – isometric view from outside.

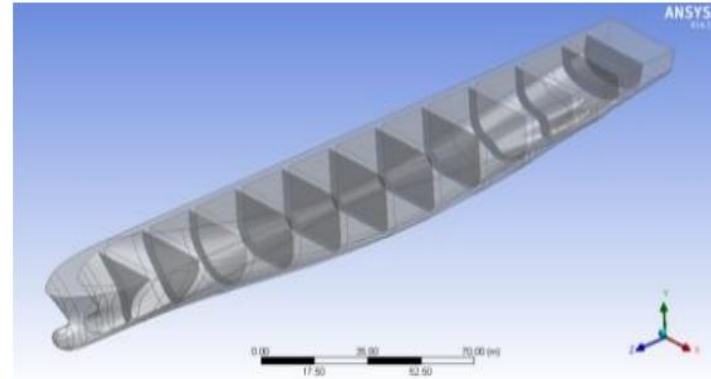


Figure 2. CAD model of the idealized hull without stiffeners- isometric view with transparency.

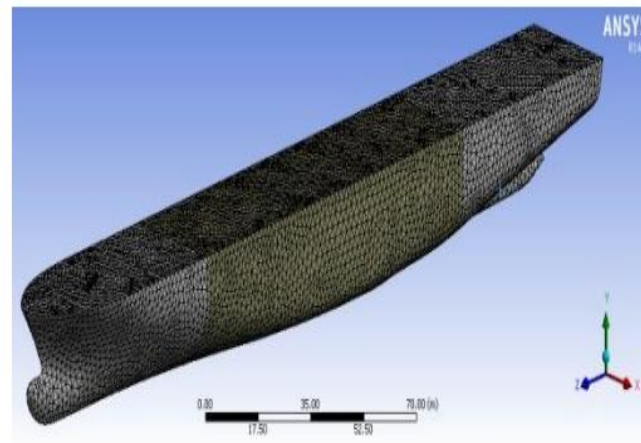
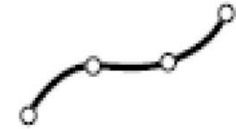


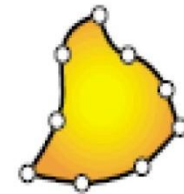
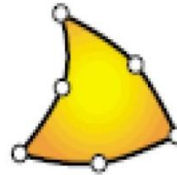
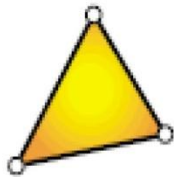
Figure 3. Mesh preparation and the finite element model for the hull without stiffeners.

Rodzaje elementów - elementy standardowe

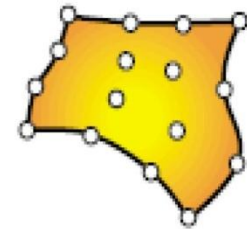
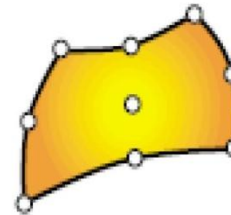
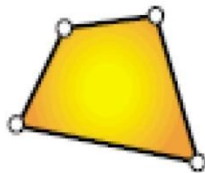
1D



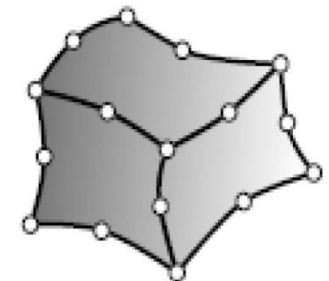
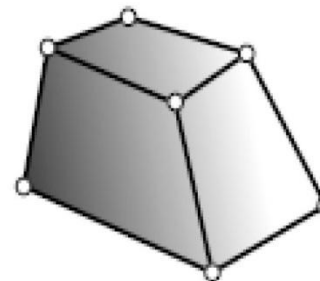
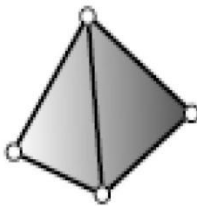
2D

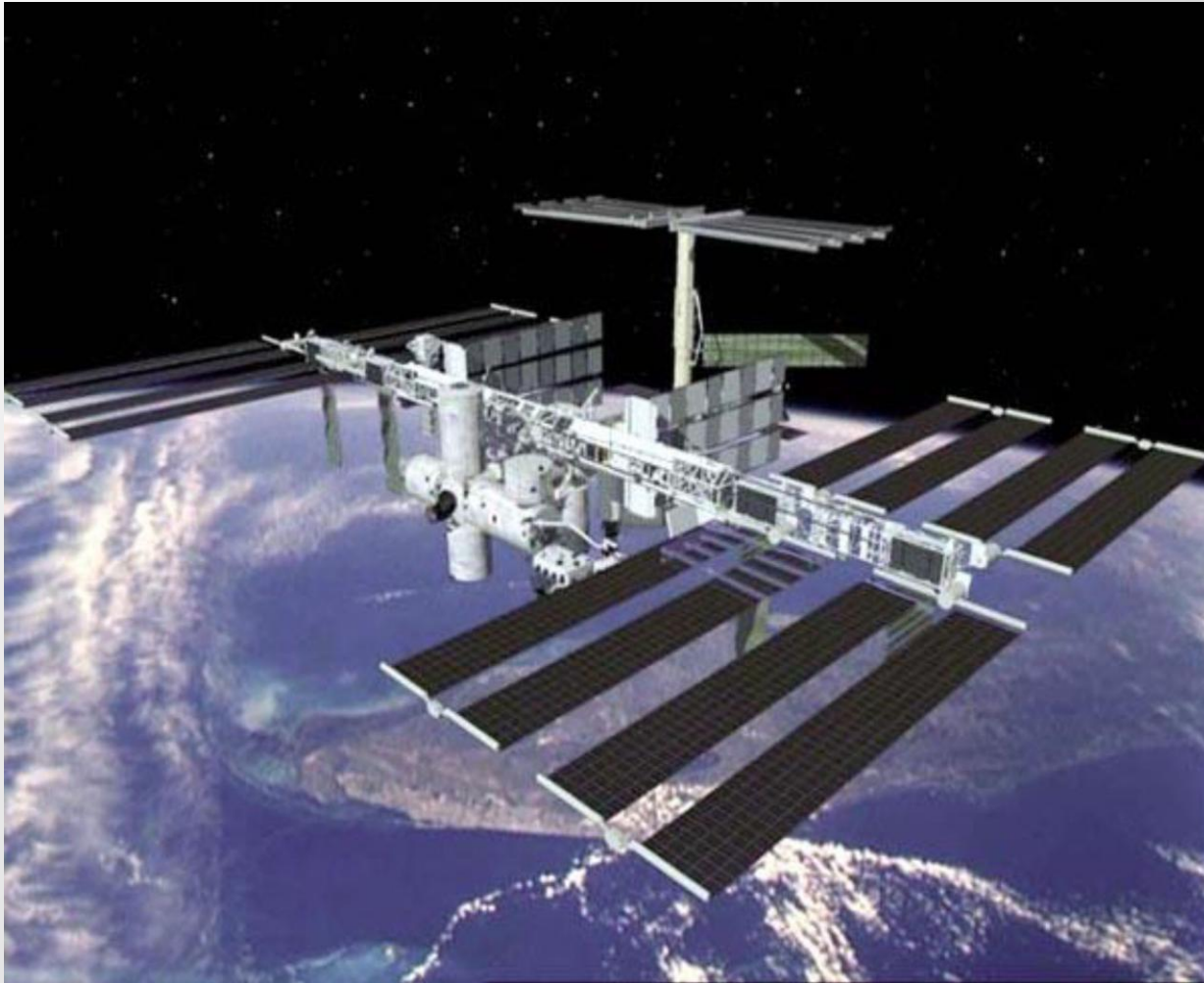


2D



3D



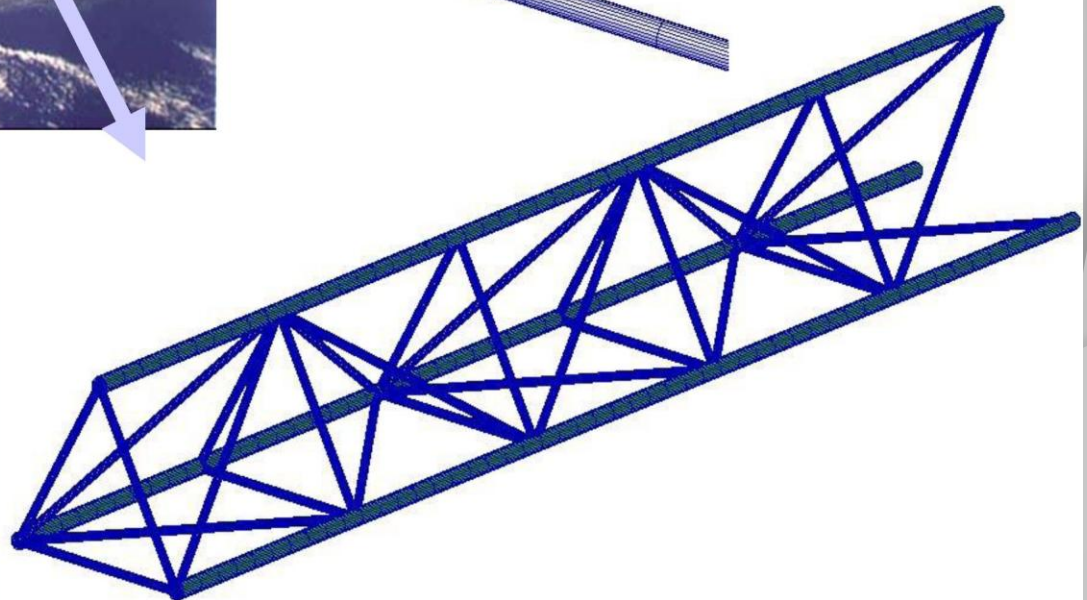
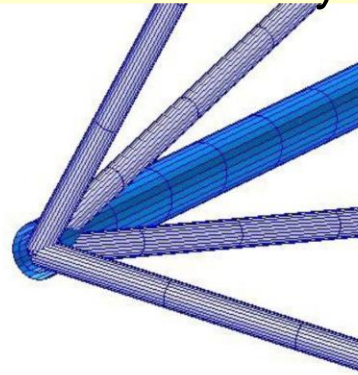


Model nowej
międzynarodowej
Stacji kosmicznej
System CAD,
Unigrafc

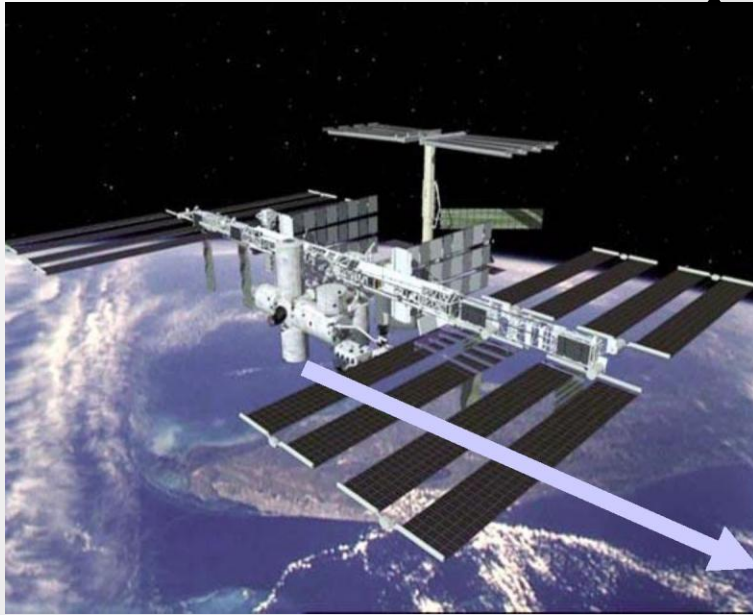
Model belkowy



Przykłady możliwych modeli belkowych:



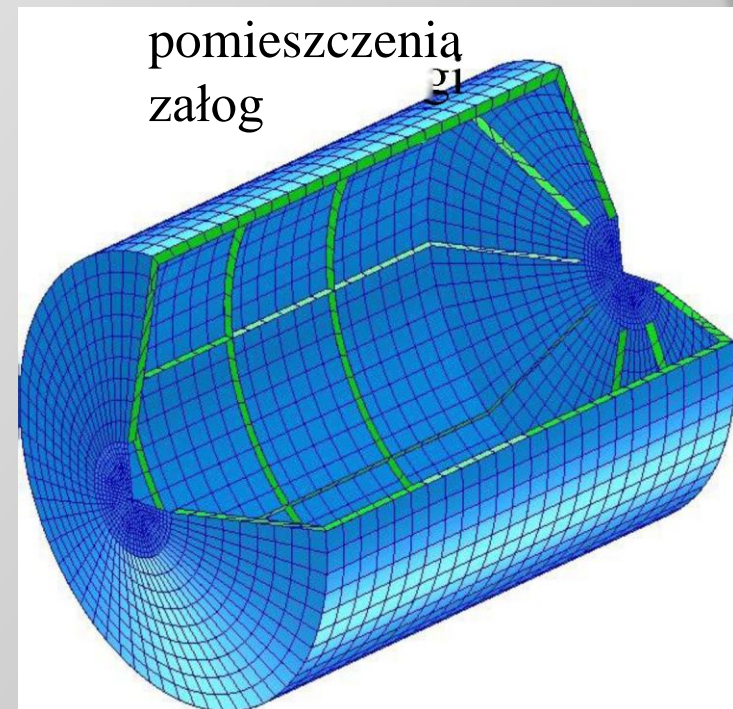
Model powłokowy



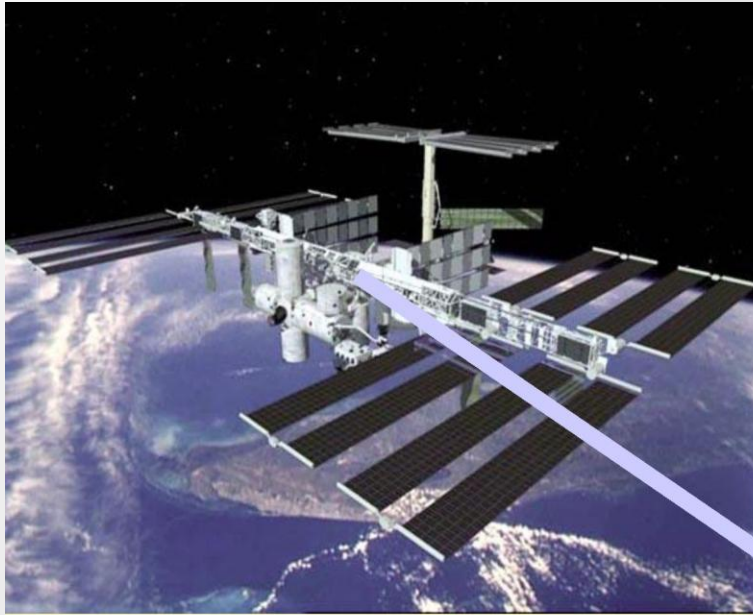
Przykład modelu powłokowego:

Analiza

modułu

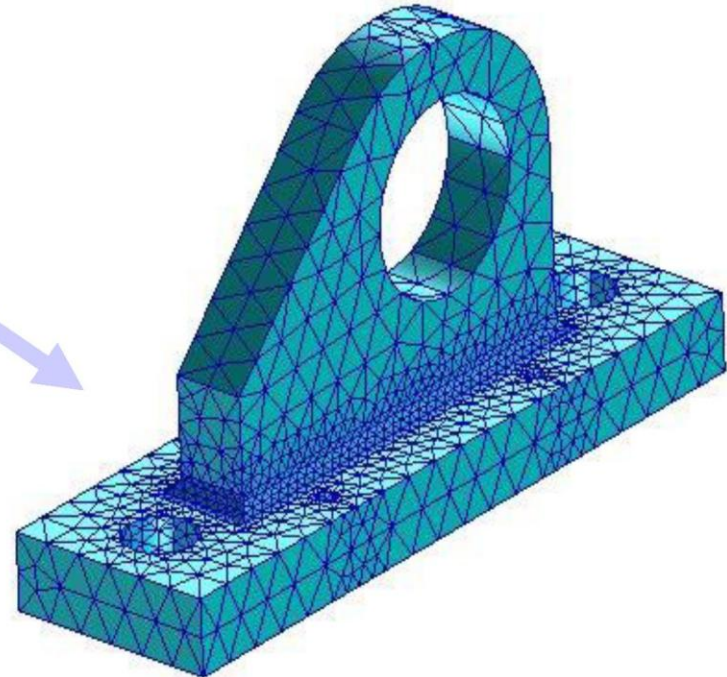


Model bryłowy

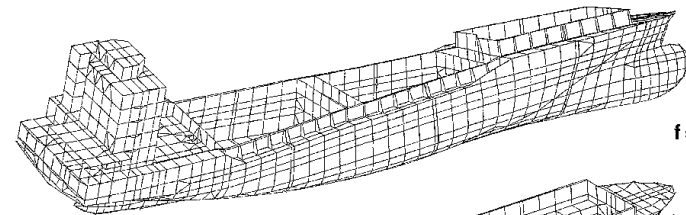
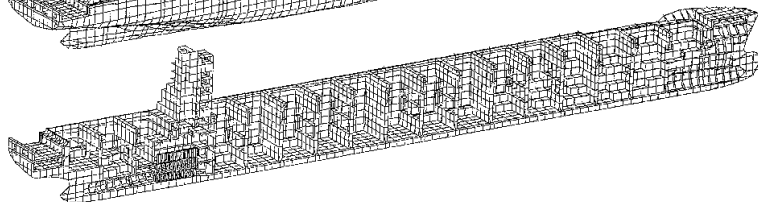
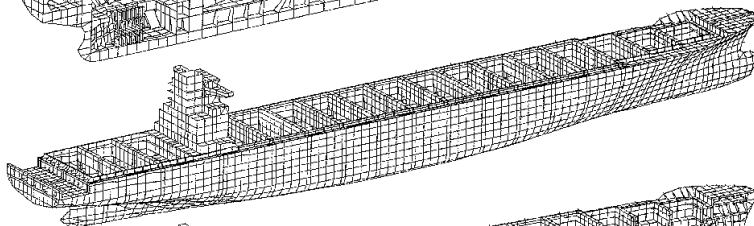
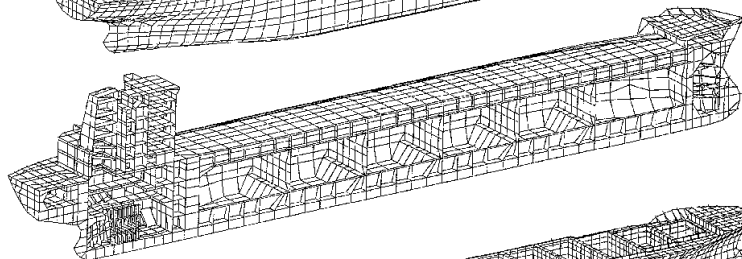
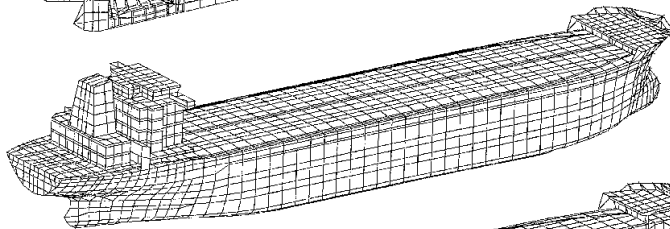
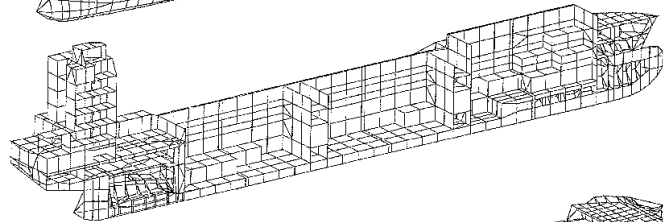
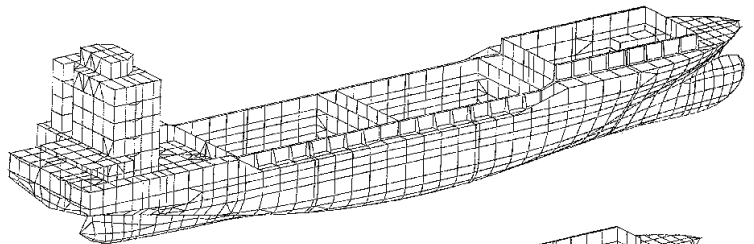


Przykład modelu bryłowego:

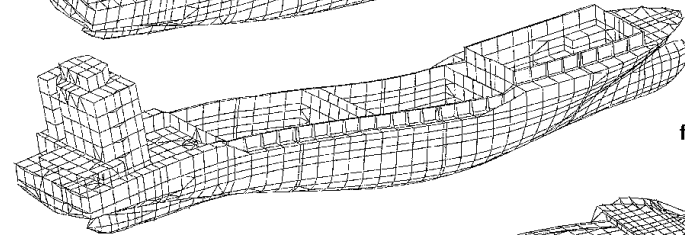
Analiza
uchwyty



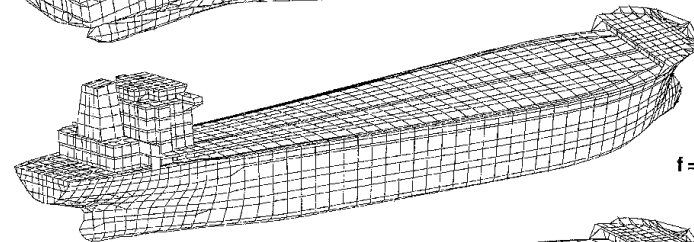
Modele MES z 20000 do 40000 d.o.f.



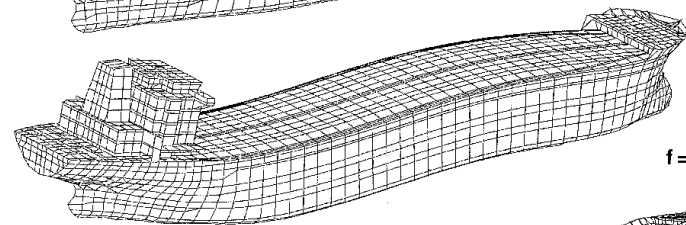
f = 1.4 Hz



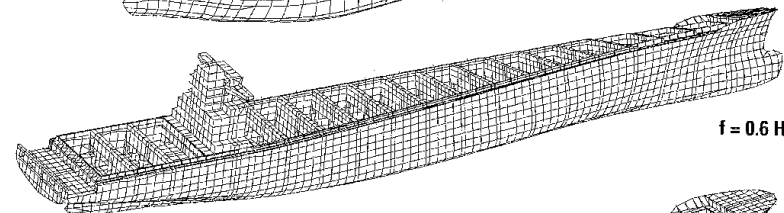
f = 3.3 Hz



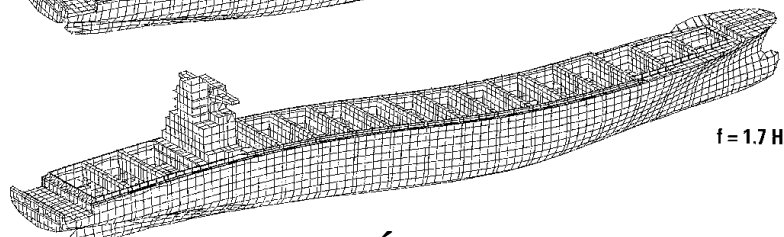
f = 2.1 Hz



f = 2.6 Hz



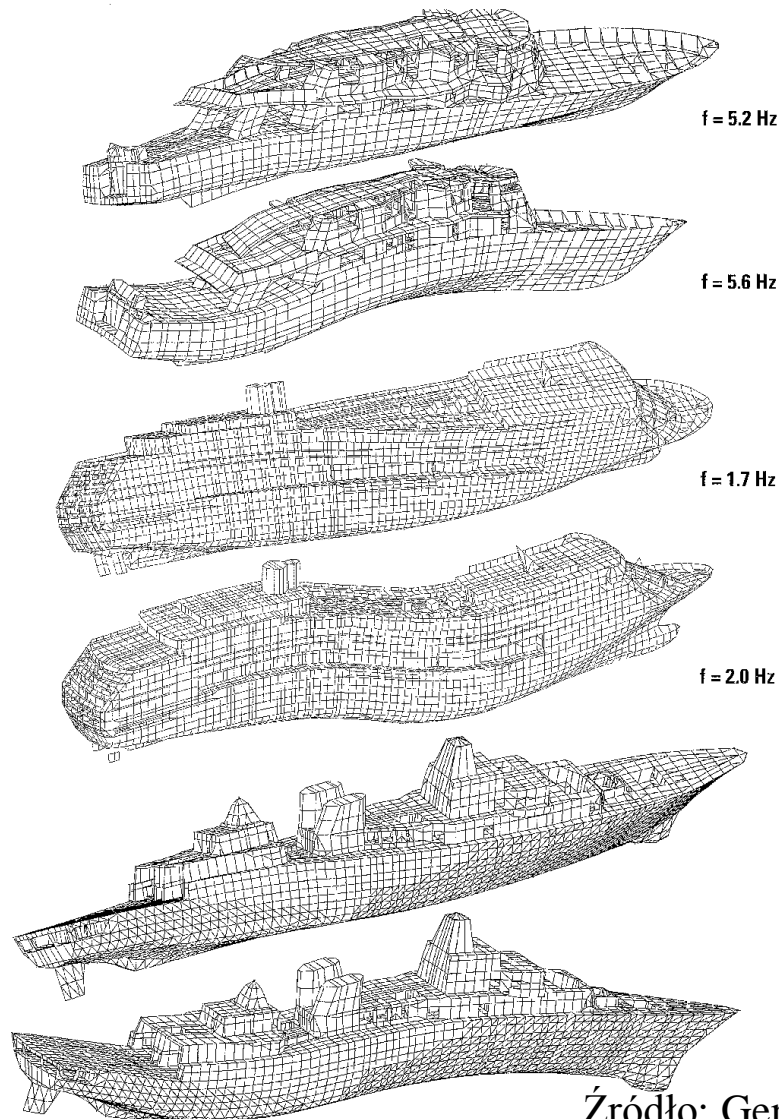
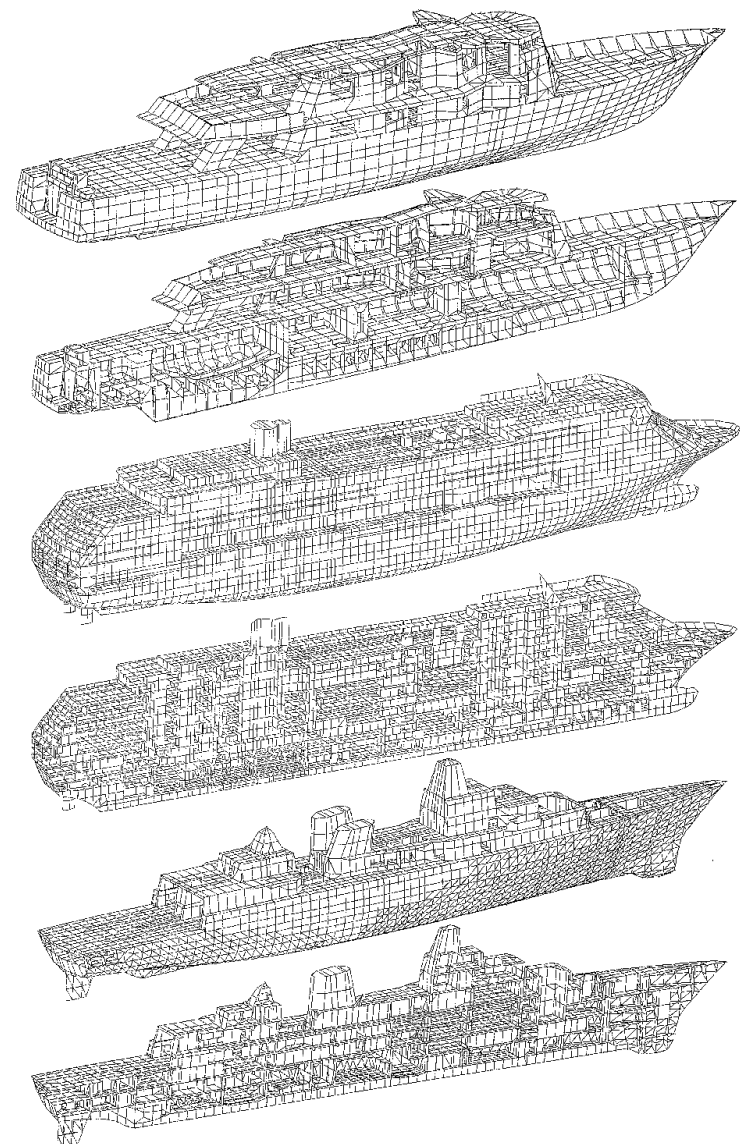
f = 0.6 Hz



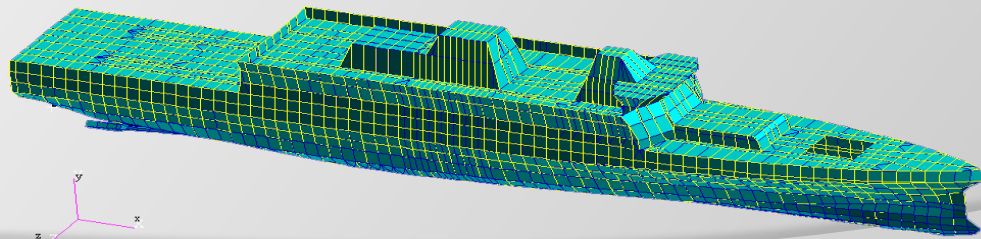
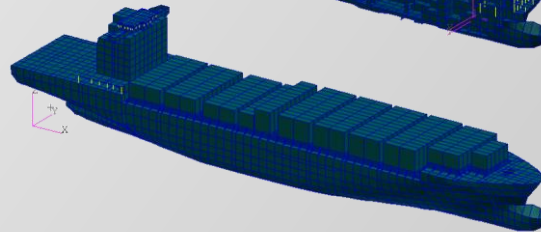
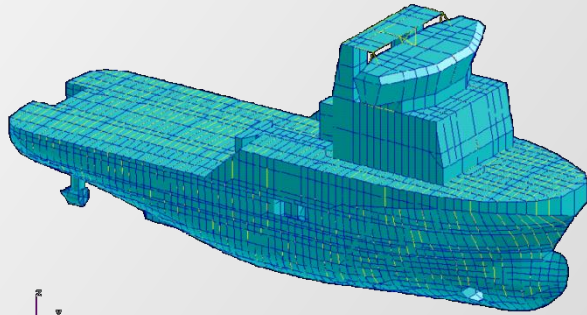
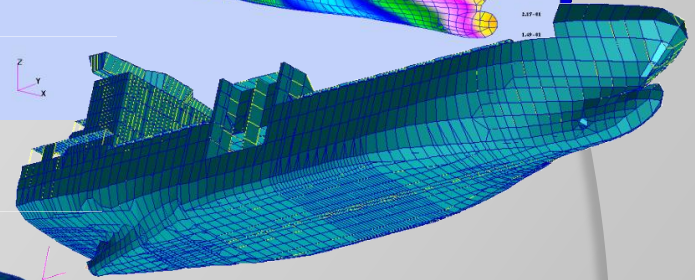
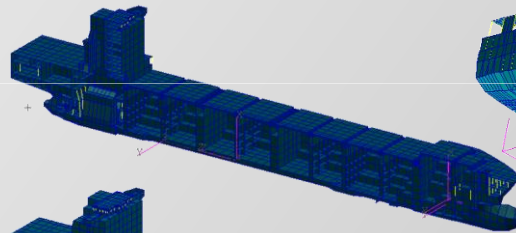
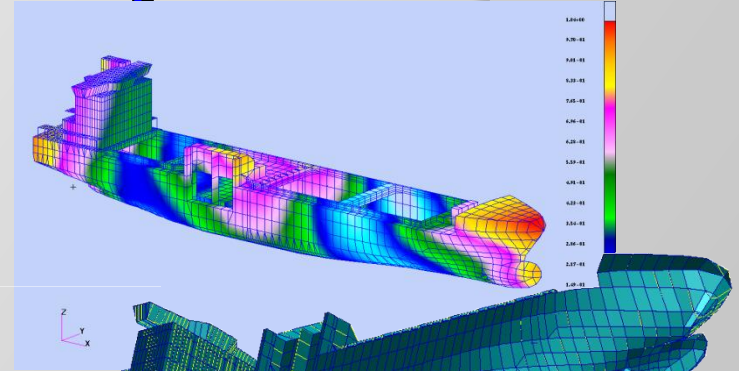
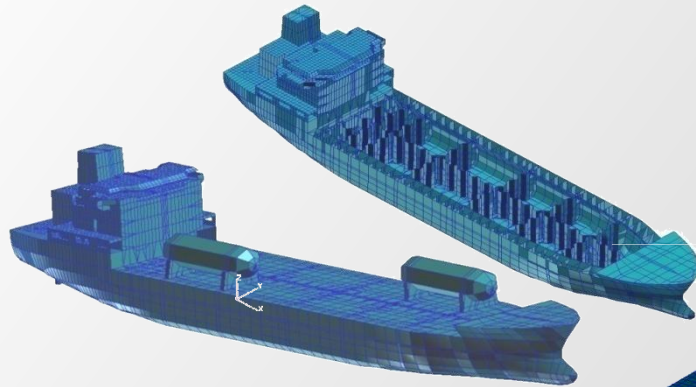
f = 1.7 Hz

Źródło: Germanischer Lloyd

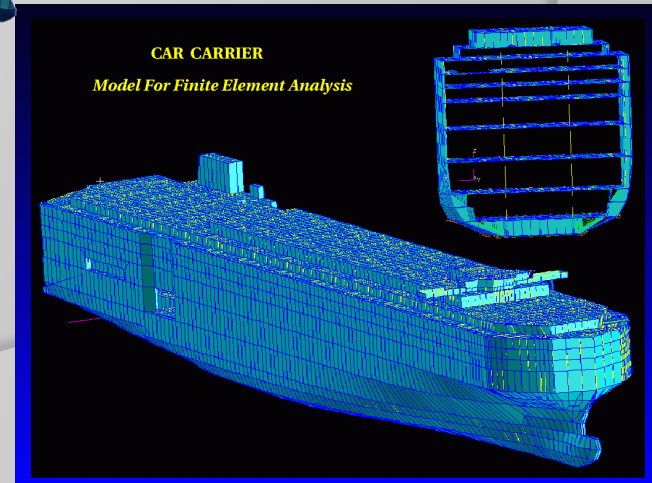
Modele MES z 40000 to 80000 d.o.f.

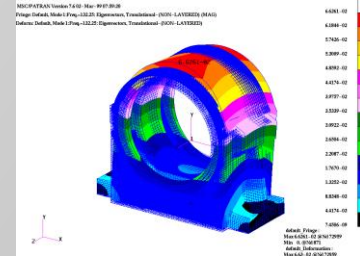
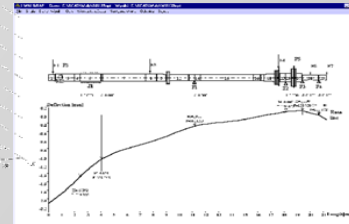
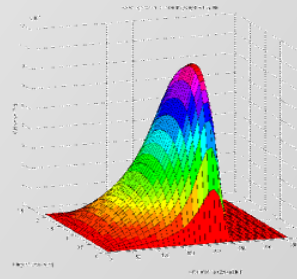
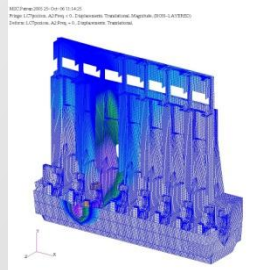
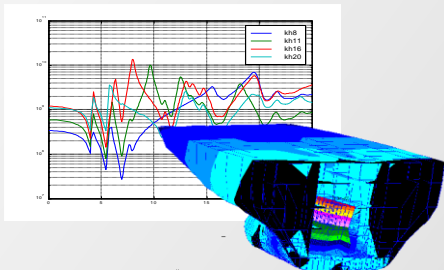
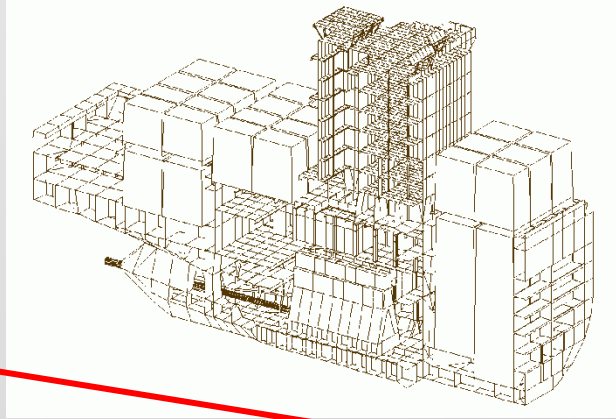
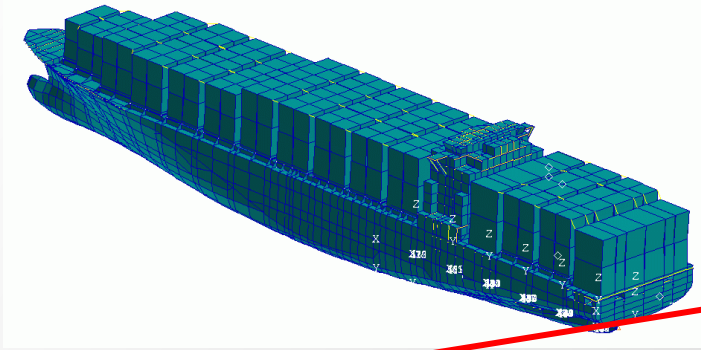


Zastosowanie MES w okrętownictwie



Corvette P0-621

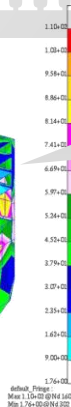
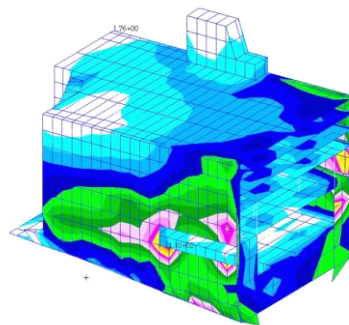
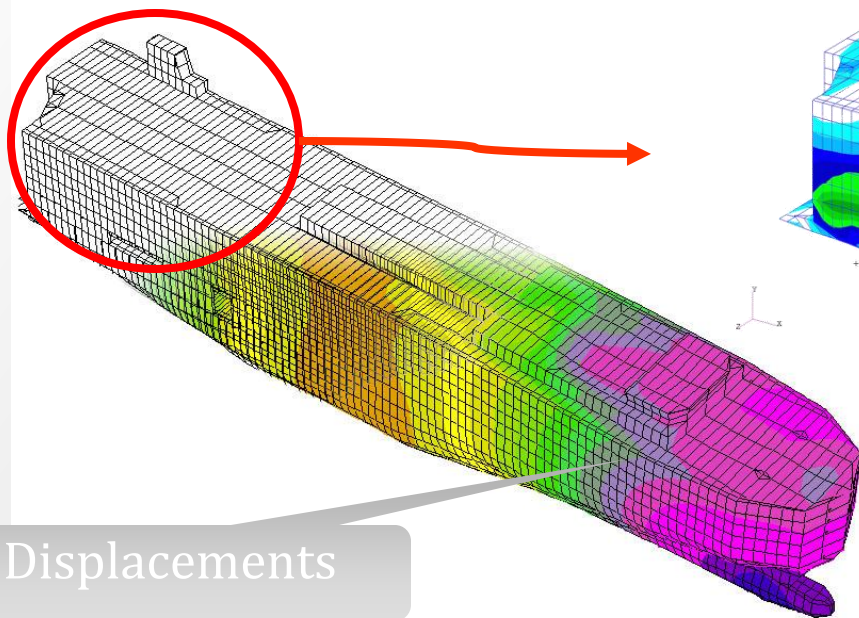




Warunki brzegowe

Model globalny i lokalny

MSC Patran 2001 r2a 06 - Nov-03 10:43:55
Fringe: SC3 UNTITLED.SCS, A1:Static Subcase: Stress Tensor, -A1(Z) (VONM)

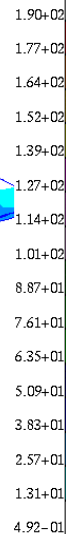
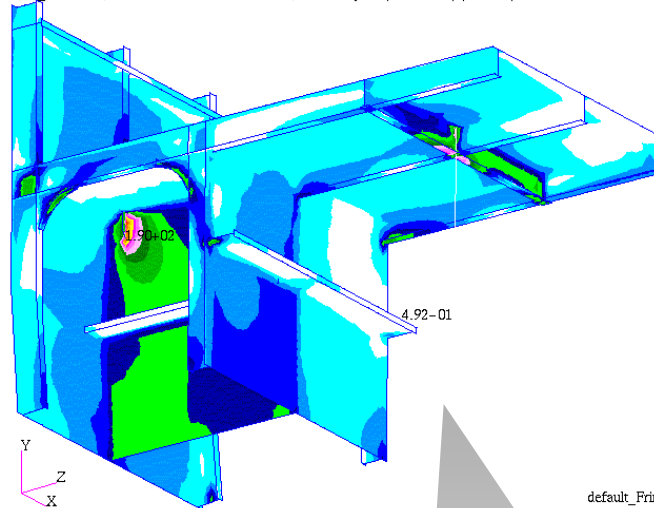


Stress Distribution (local)

Displacements

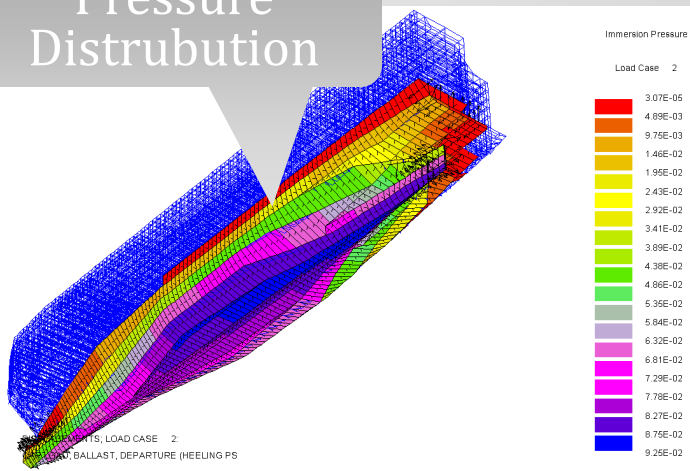
MSC Patran 2001 r2a 06 - Nov-03 13:14:38

Fringe: LC3_frame110, Static Subcase: Stress Tensor, -2 of 2 layers (Maximum) (VONM)



default_Fringe:
Max 1.90e+02 @Nd 115453
Min 4.92e-01 @Nd 113107

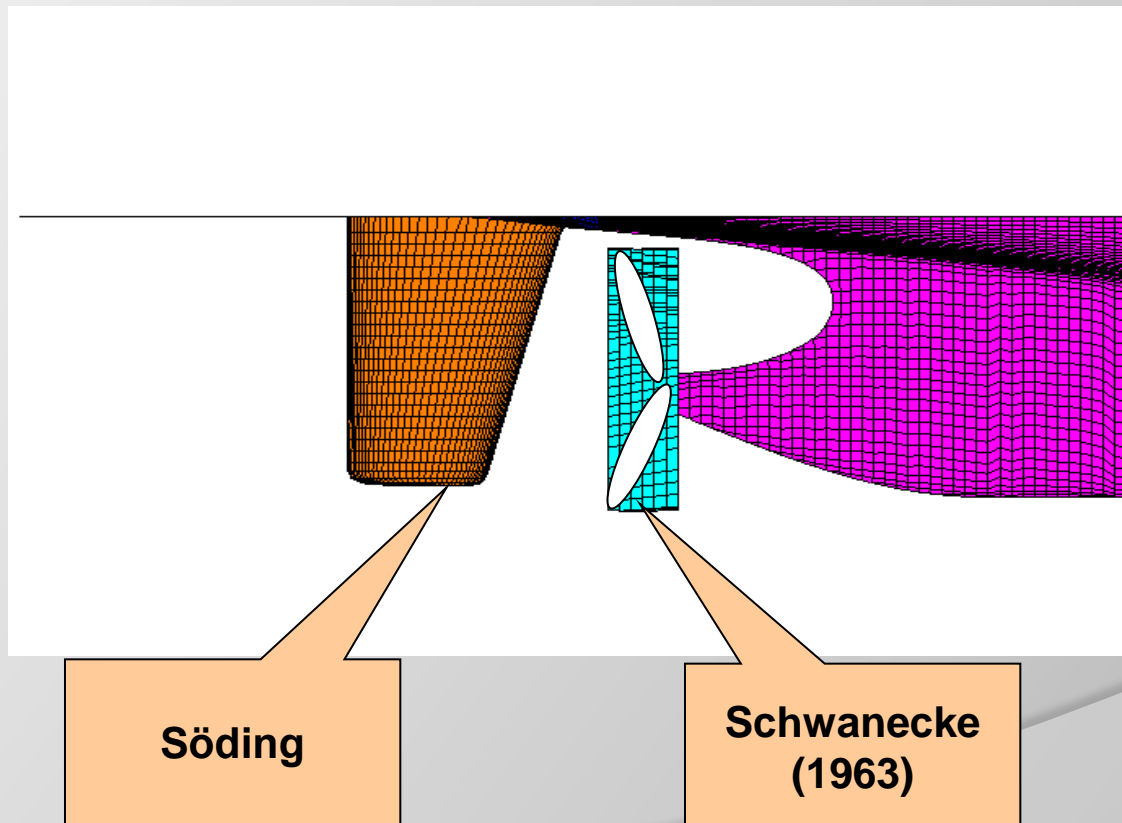
Pressure Distribution



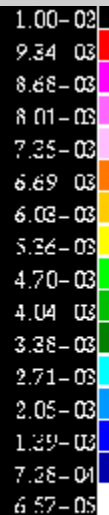
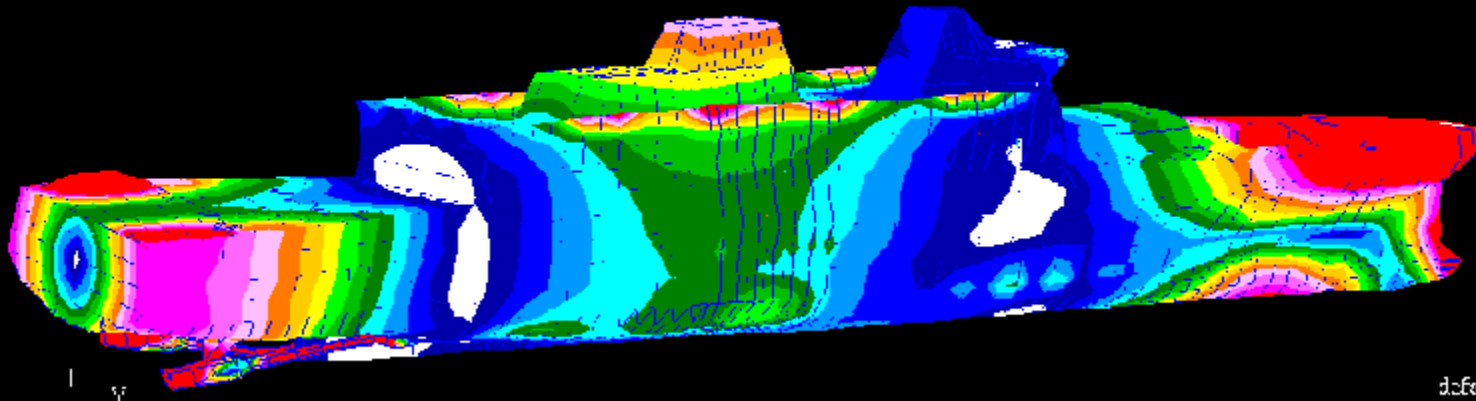
Stress Distribution Detail Analysis

Woda towarzysząca

Do wyznaczenia masy wody towarzyszącej są dostępne poprawne formuły oparte na zależnościach empirycznych

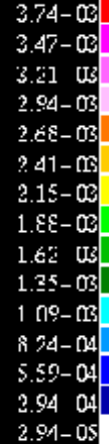
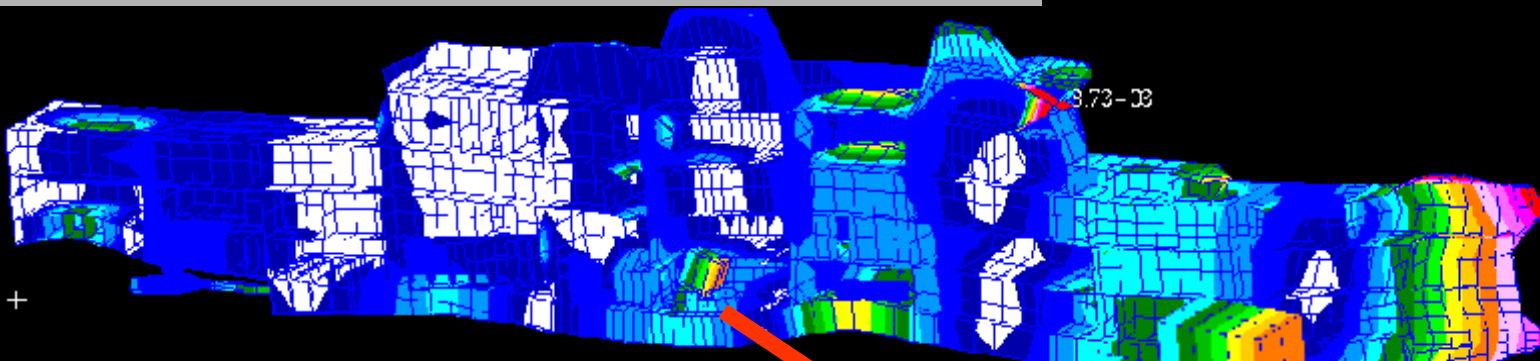


Natural modes of the ship hull



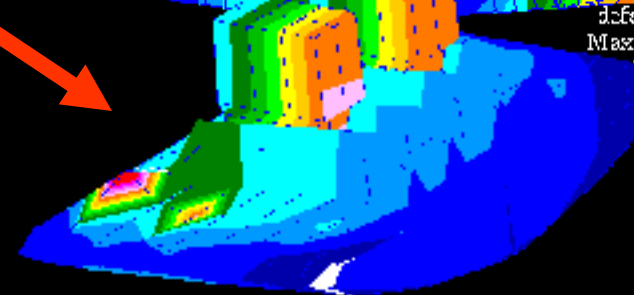
default Fringe :
Max 7.12E-02 @ Nc 6071
Min 6.92E-05 @ Nc 4357

Forced vibrations



default Fringe :
Max 8.73E-03 @ Nc 6034
Min 7.91E-05 @ Nc 5545

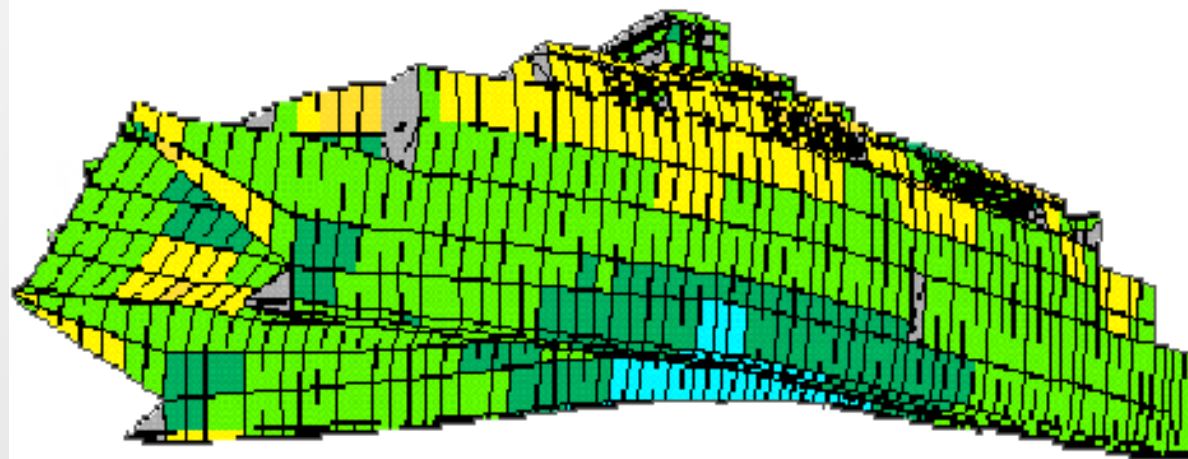
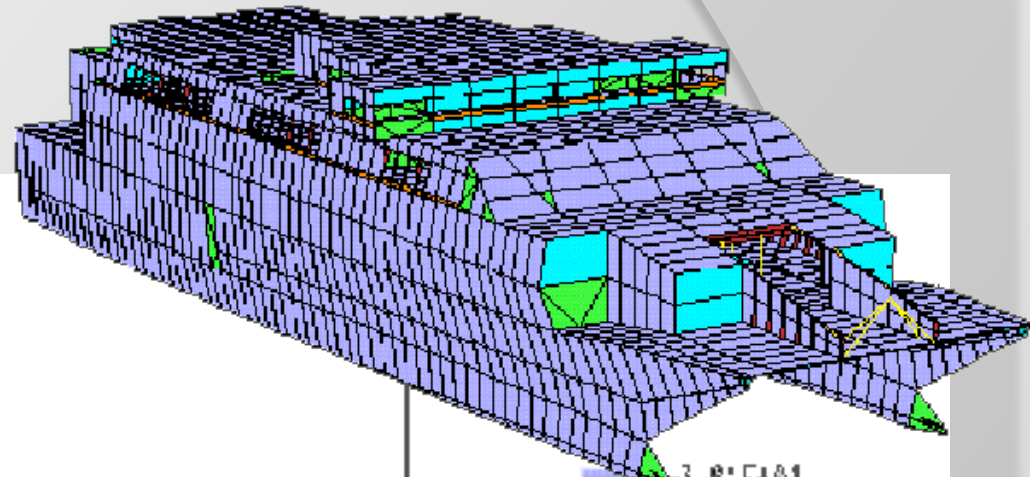
M.E. local vibrations



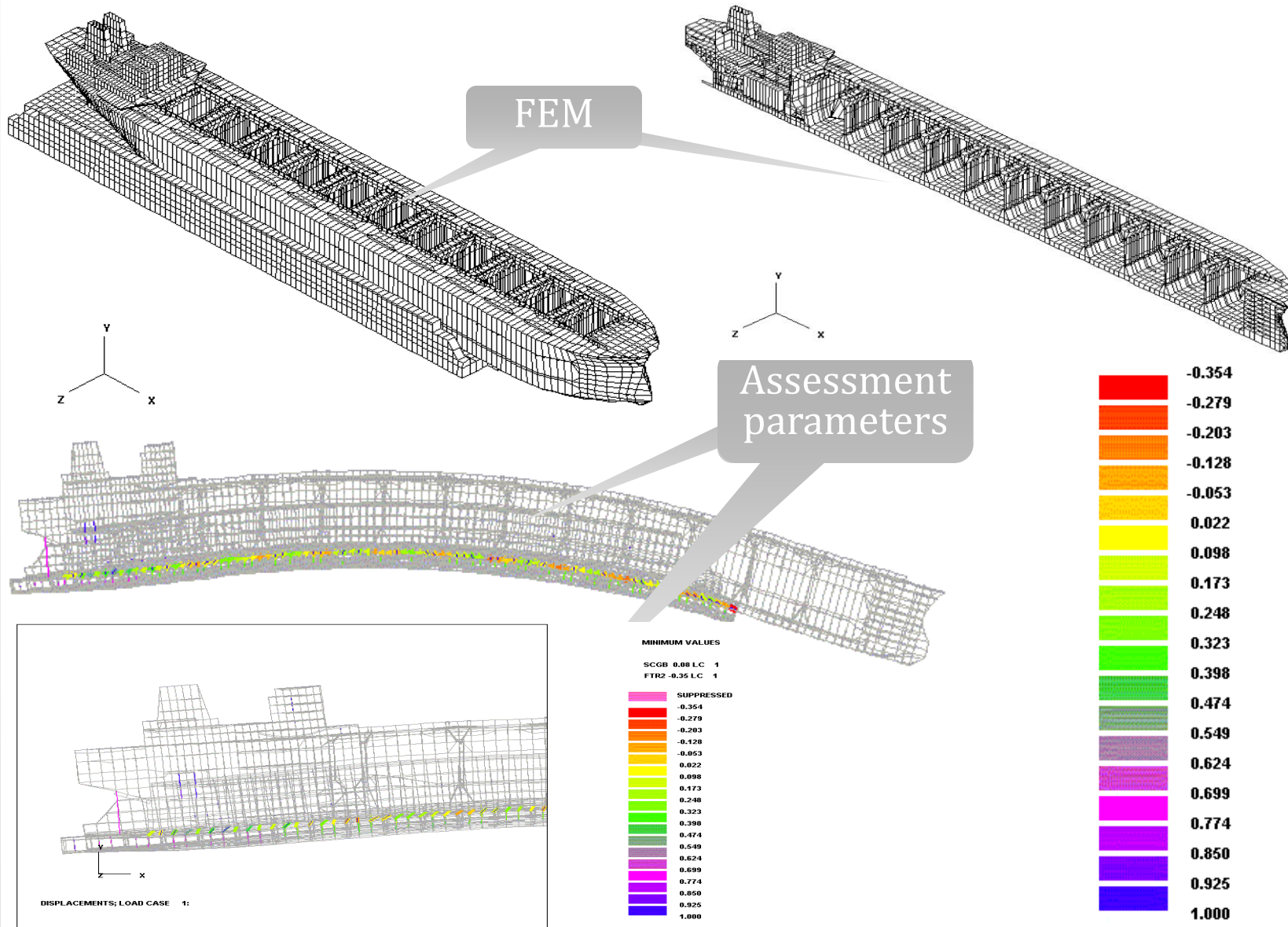
Deformation :
1.73E-03 @ Nc 6034

Szybki prom pasażerski

Strength Analysis

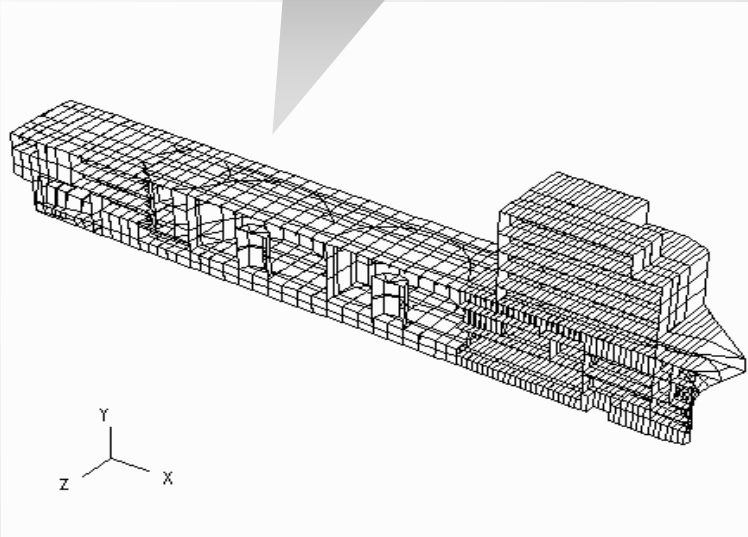


Dokowanie dużego masowca

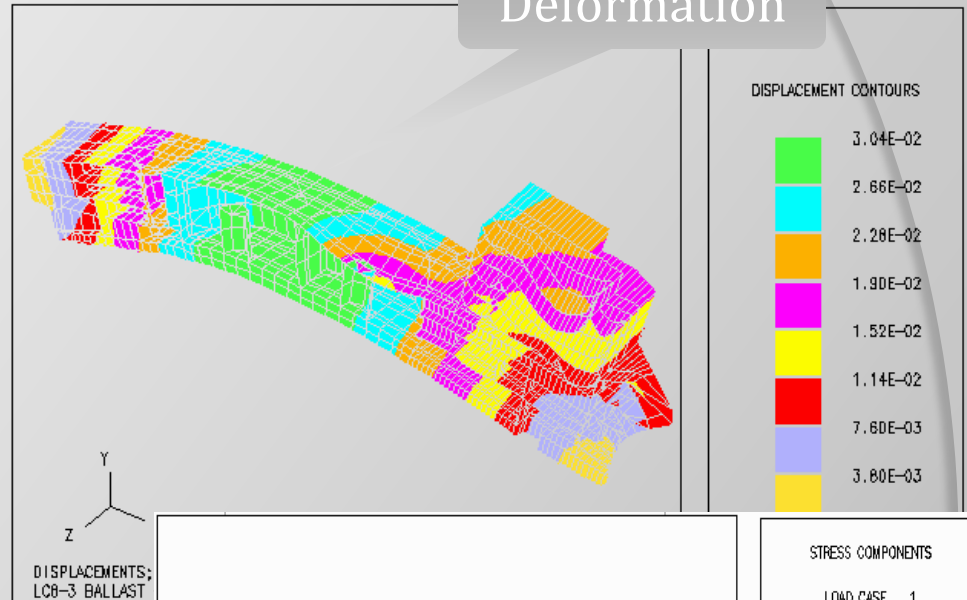


Analiza wytrzymałości kablownca

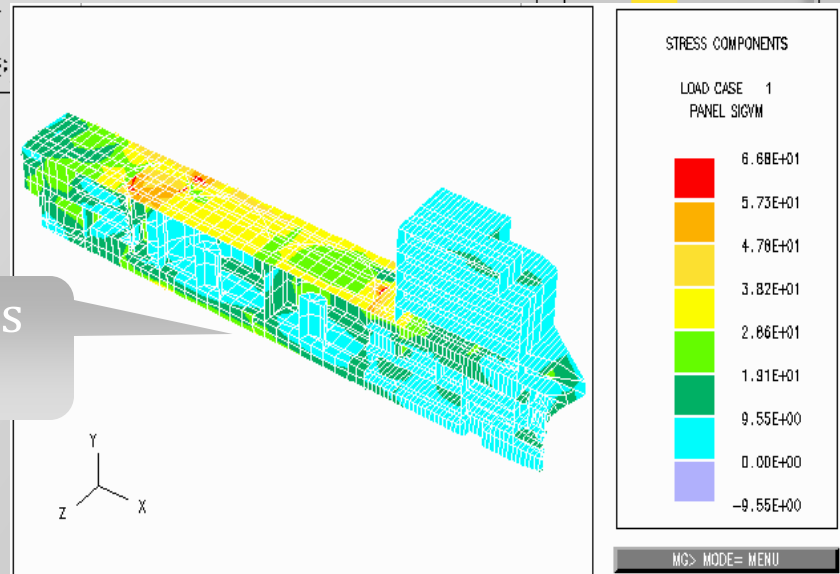
Hull Model



Deformation

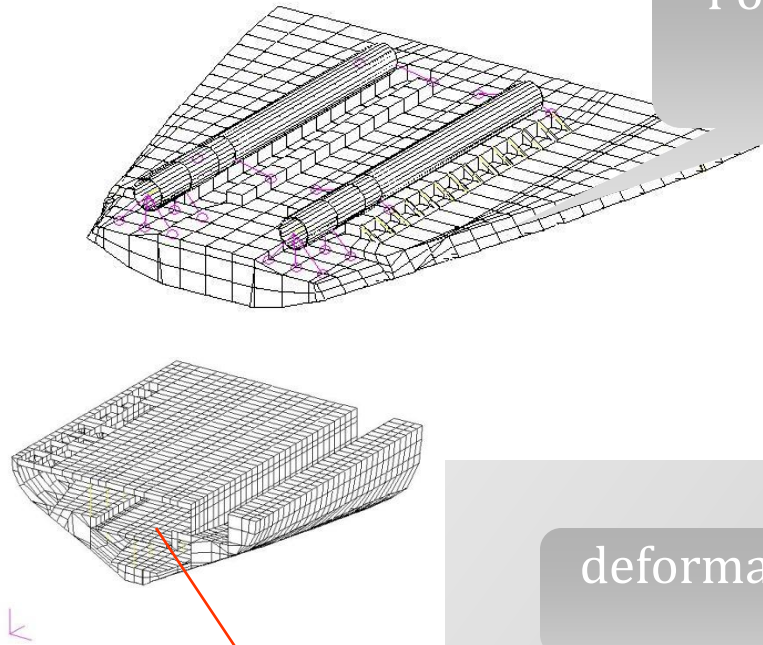


Von Mises Stress



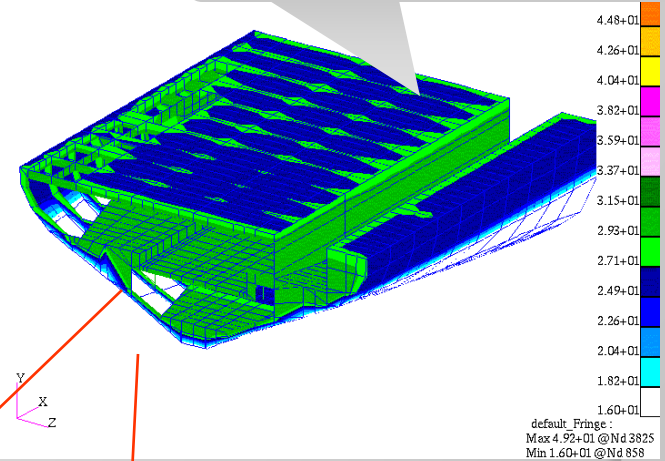
Analizy termiczne

Power plant region



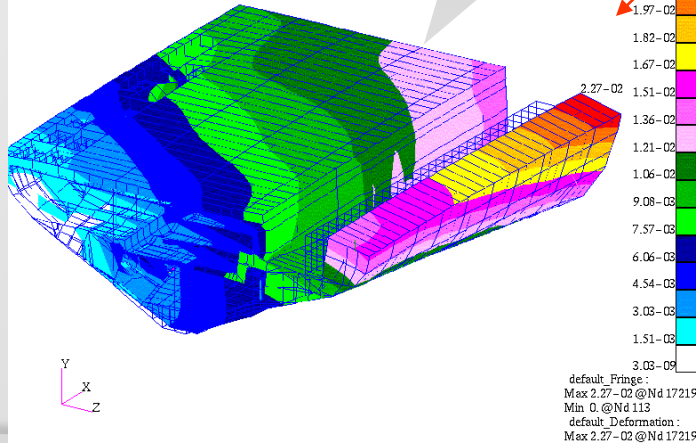
MSC/PATRAN Version 9.0.06-Dec-02 1
Fringe: Default, PW Linear: 100. % of Loa

Temp. distribution



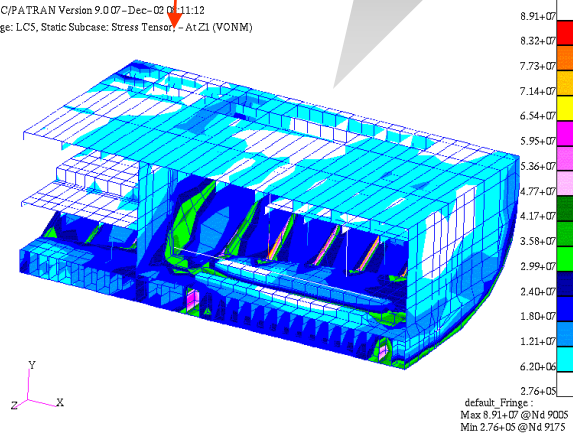
deformations

MSC/PATRAN Version 9.0.06-Dec-02 14:56:31
Fringe: LCS, Static Subcase_2: Displacements, Translational-(NON-LAYERED) (M
Deform: LCS, Static Subcase_2: Displacements, Translational

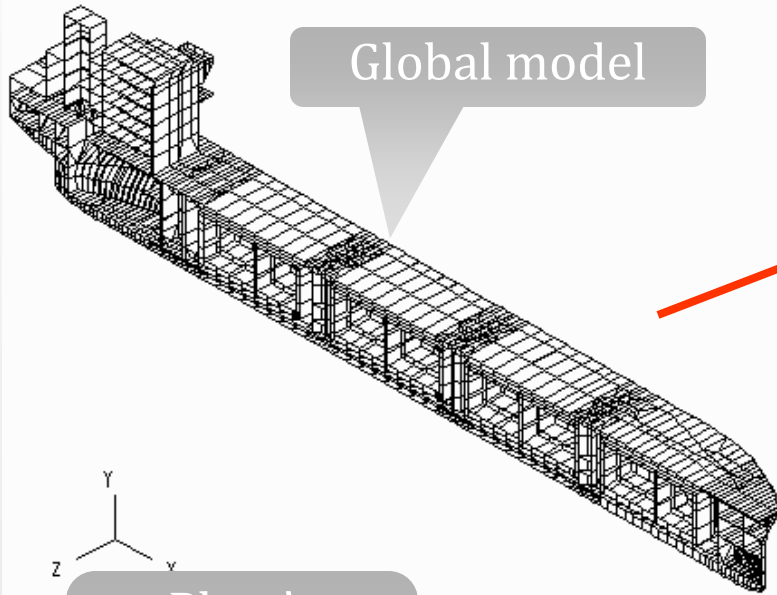


Stresses

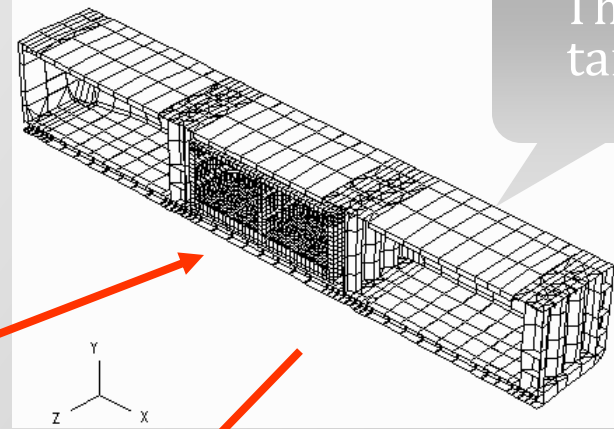
MSC/PATRAN Version 9.0.07-Dec-02 00:11:12
Fringe: LCS, Static Subcase: Stress Tensor, -AtZ1 (VONM)



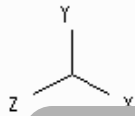
Siarkowiec



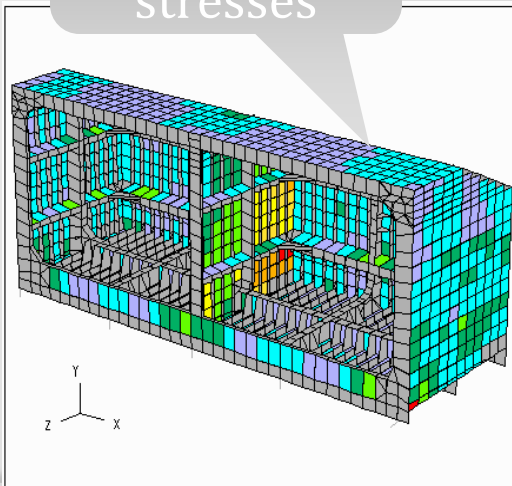
Global model



Three tanks



Plate's reduced stresses



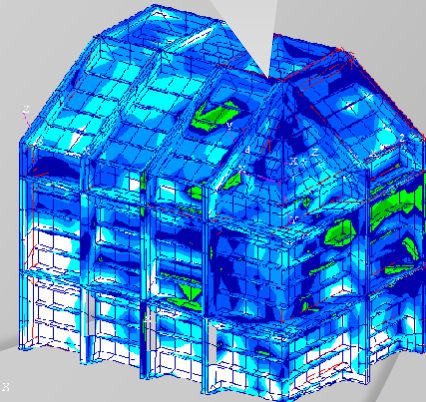
STRESS COMPONENTS

LOAD CASE 4
PANEL SIGVM

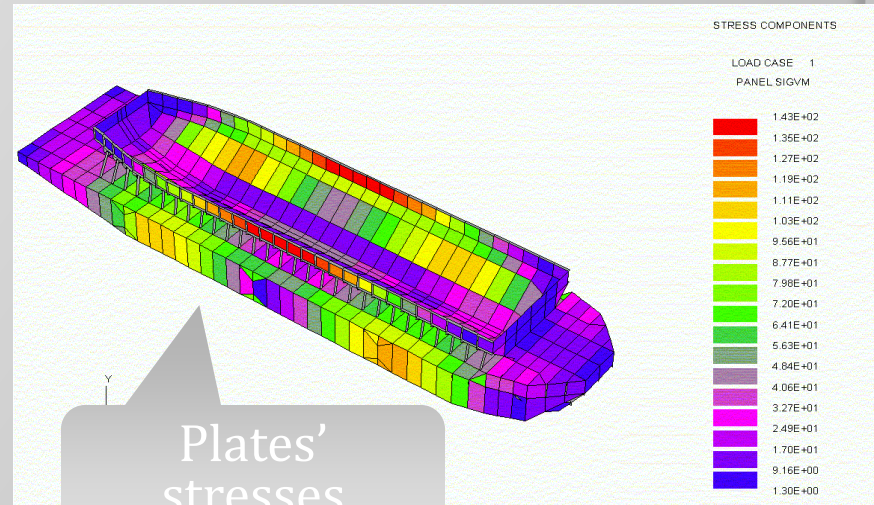
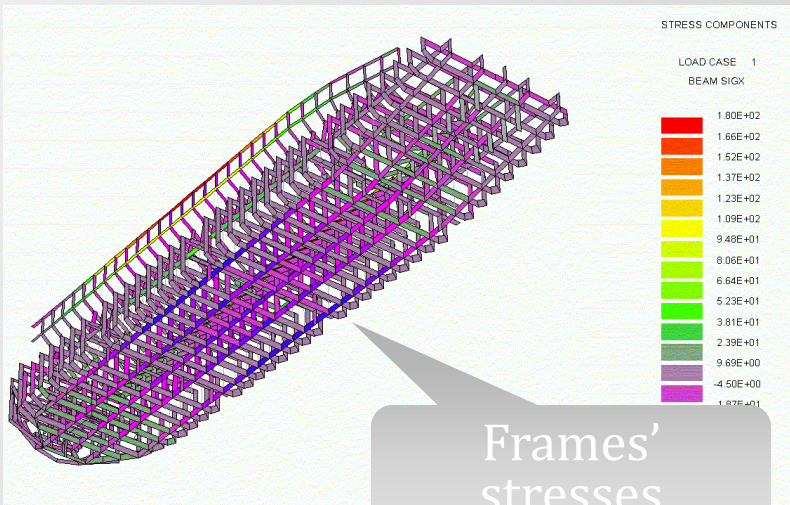
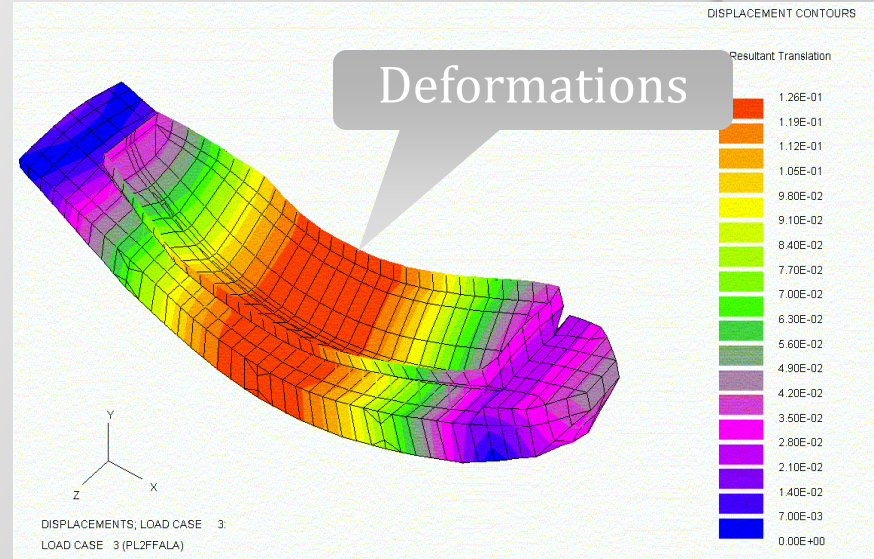
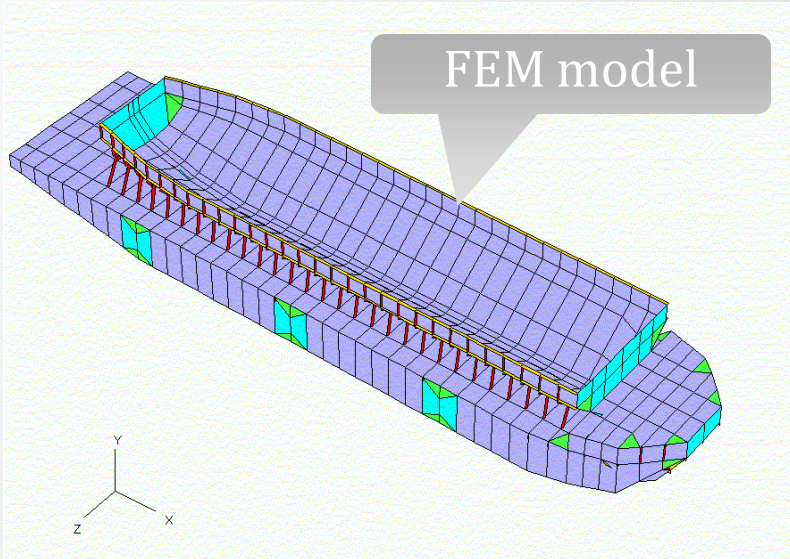


MS: MODE= MENU

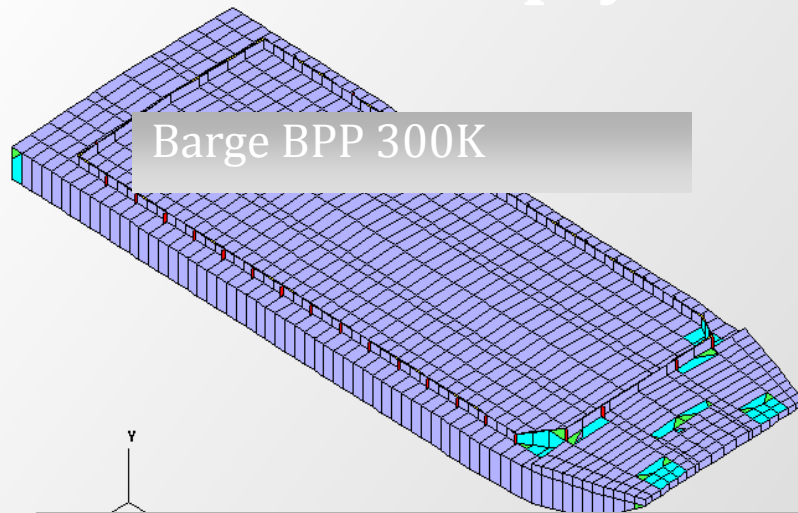
Independent sulphur tank



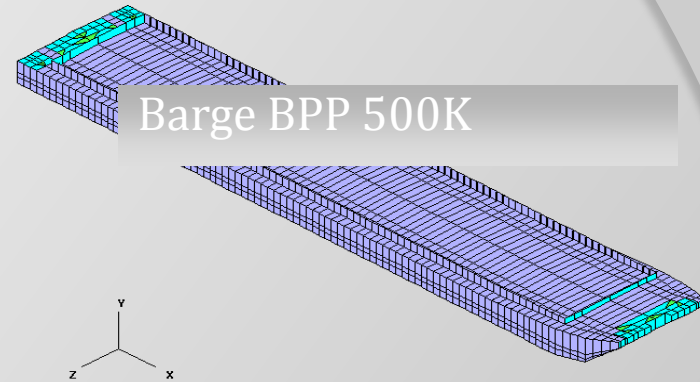
Barka 10 000 t



Optymalizacja barki

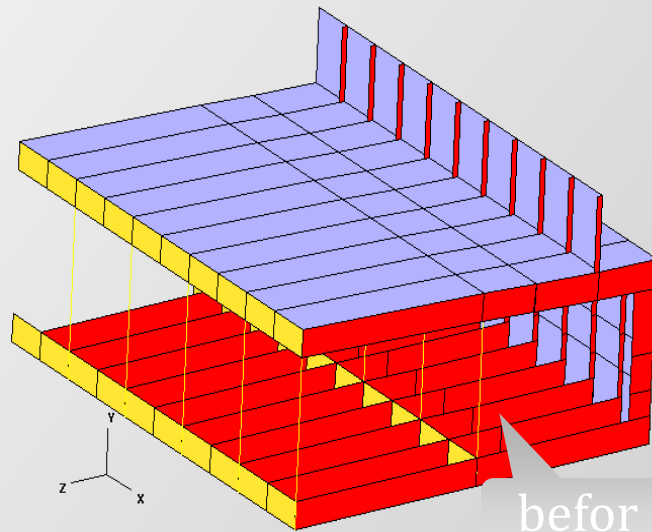


Barge BPP 300K

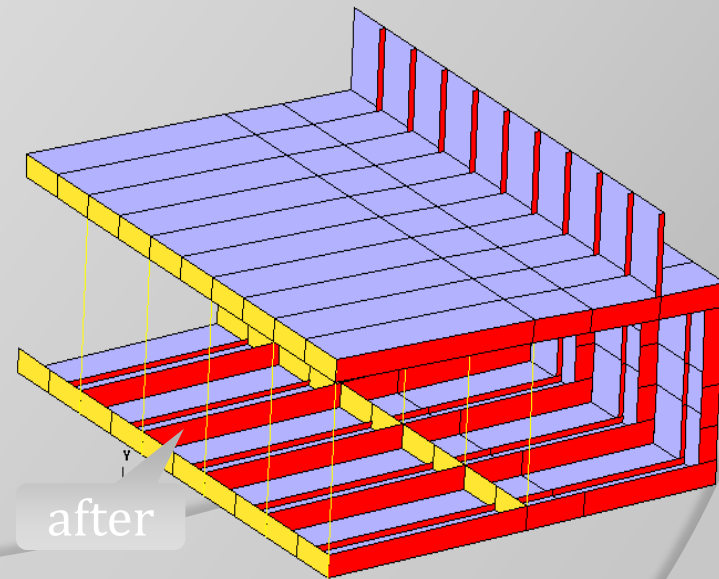


Barge BPP 500K

Changes after analysis for barge 500K



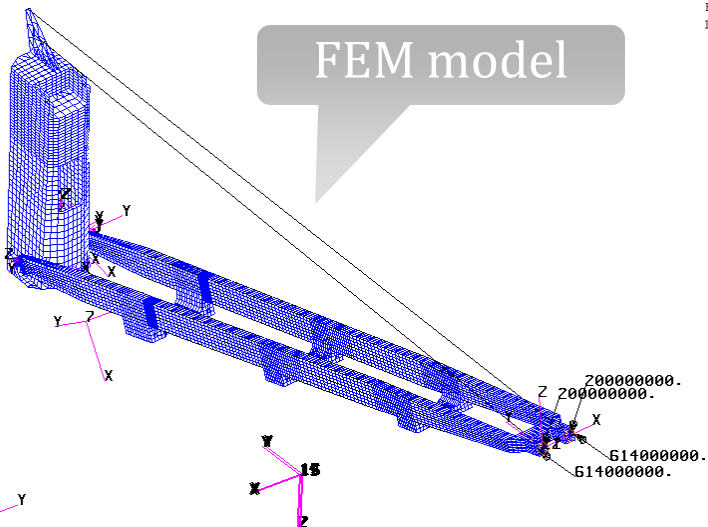
before



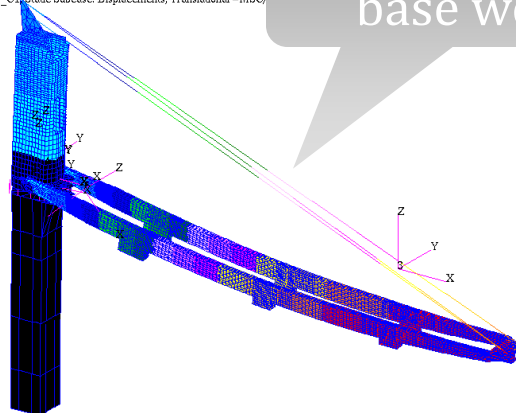
after

Dźwign bezpodporowy

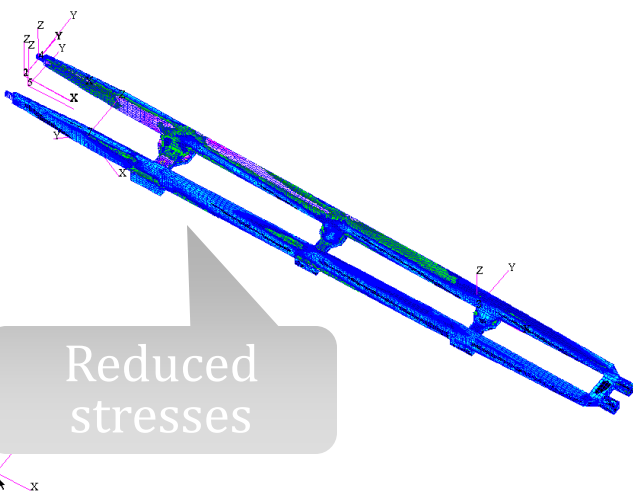
FEM model



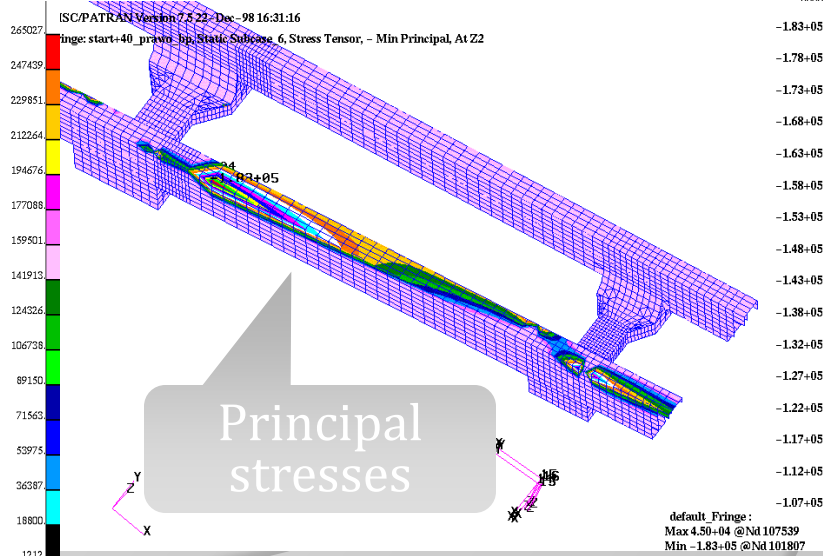
Deform. under base weight



Reduced stresses



Principal stresses



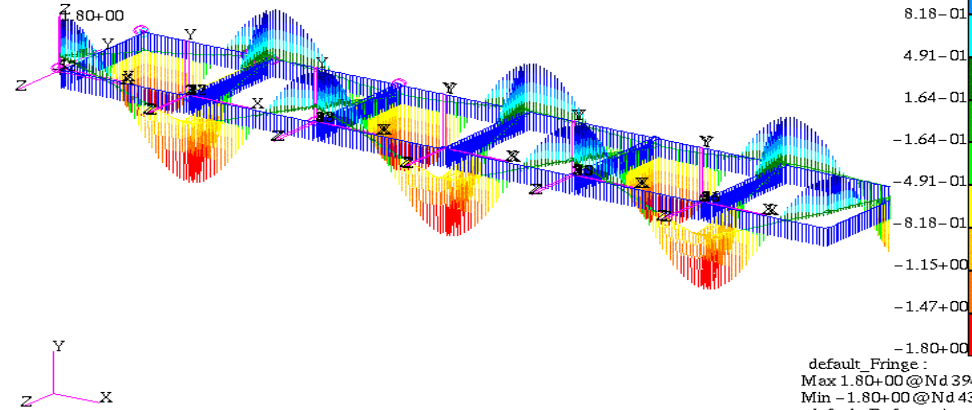
Globalna i lokalna analiza farmy rybnej



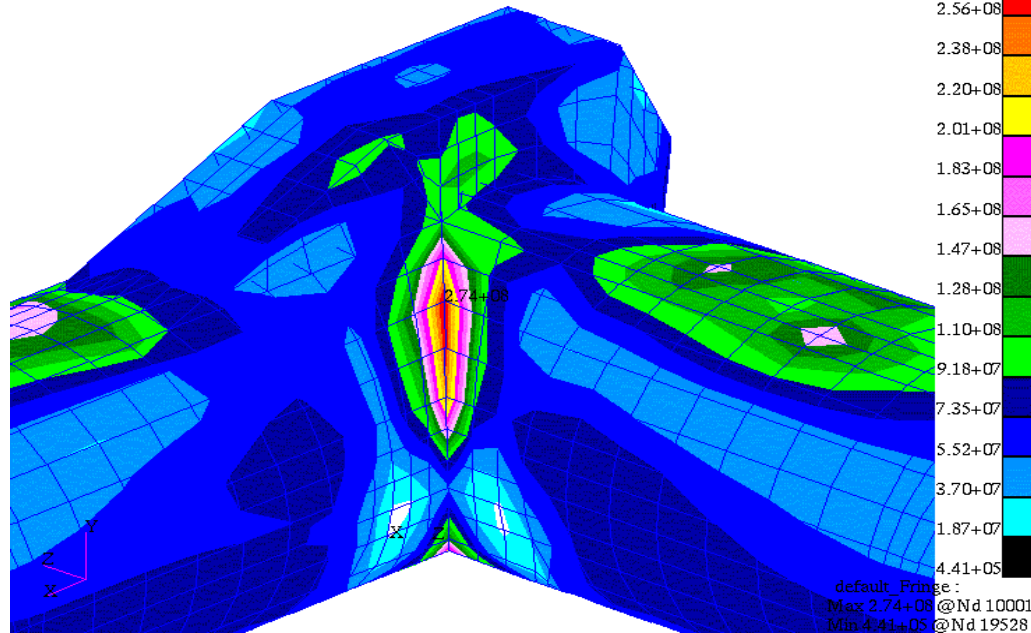
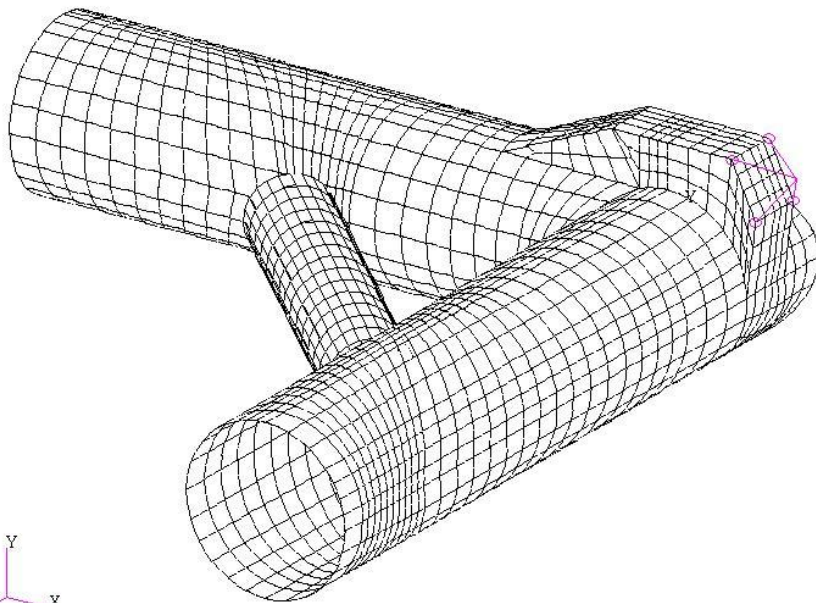
MSC/PATRAN Version 9.0.20-May-02 11:28:12

Fringe: 6_90_90, PW Linear : 100. % of Load: Displacements, Translational-(NON-LAYERED) (YY)

Deform: 6_90_90, PW Linear : 100. % of Load: Displacements, Translational-(NON-LAYERED)

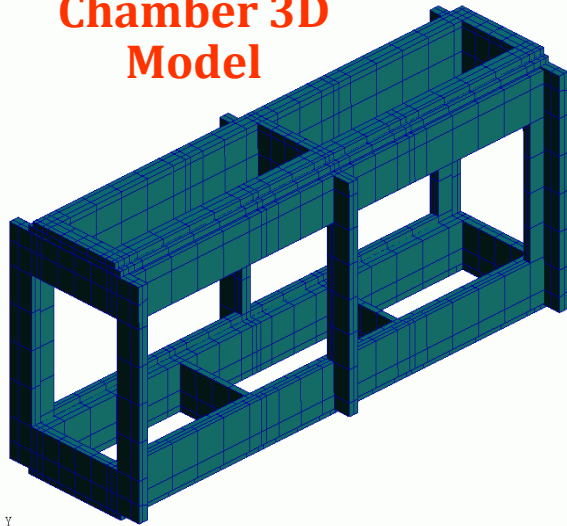


Fringe: WAVE_TROUGH_45_30M.SC2, Static Subcase: Stress Tensor, - At Z1 (VONM)

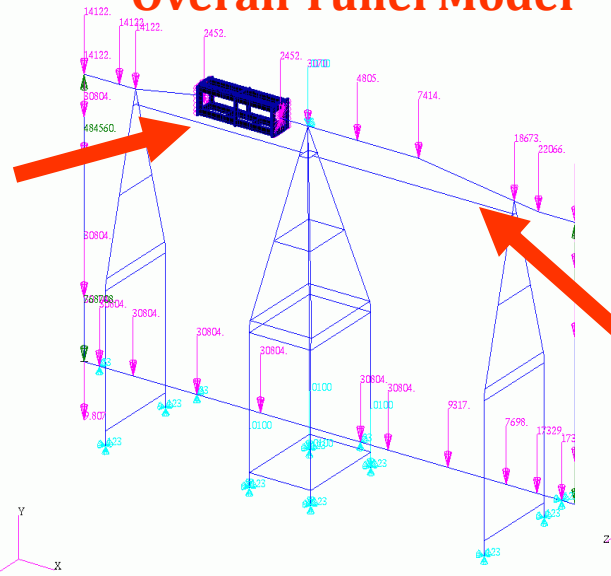


default Fringe :
Max 2.74+08 @Nd 10001
Min 4.41+05 @Nd 19520

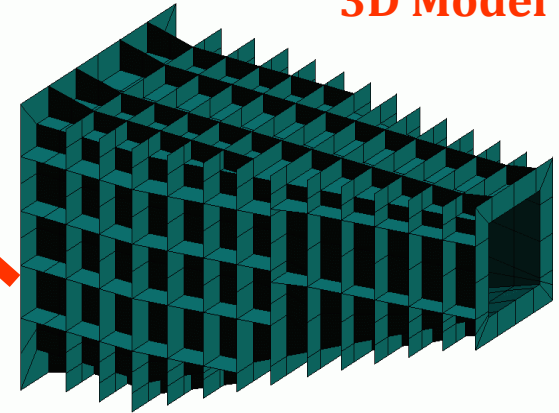
Measurement Chamber 3D Model



Overall Tunnel Model

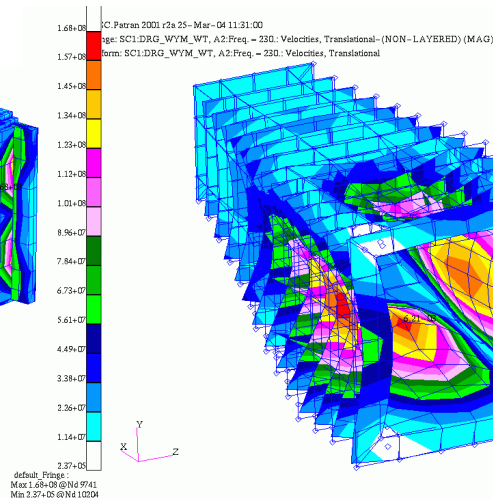
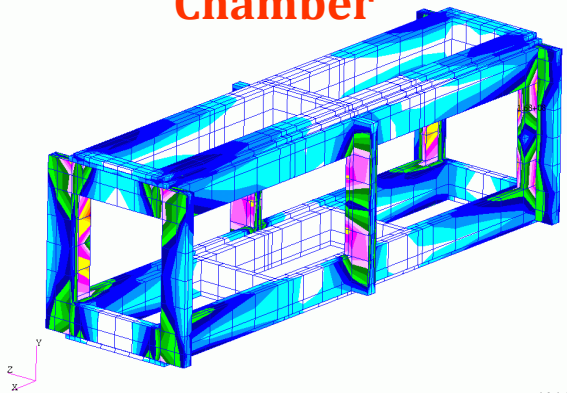


Confusor 3D Model

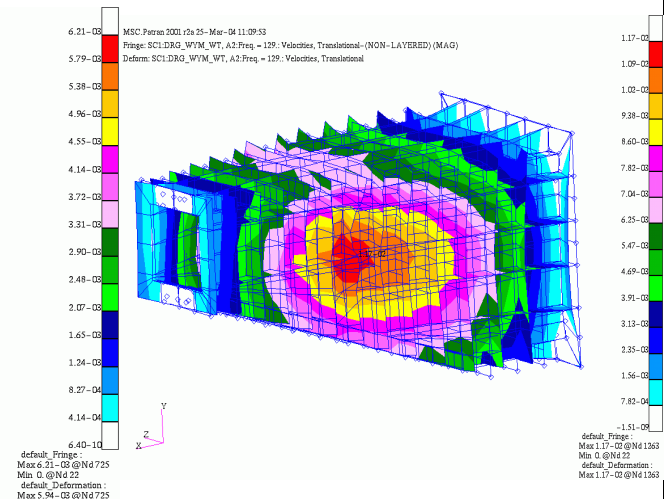


Stress Distribution in Measurement Chamber

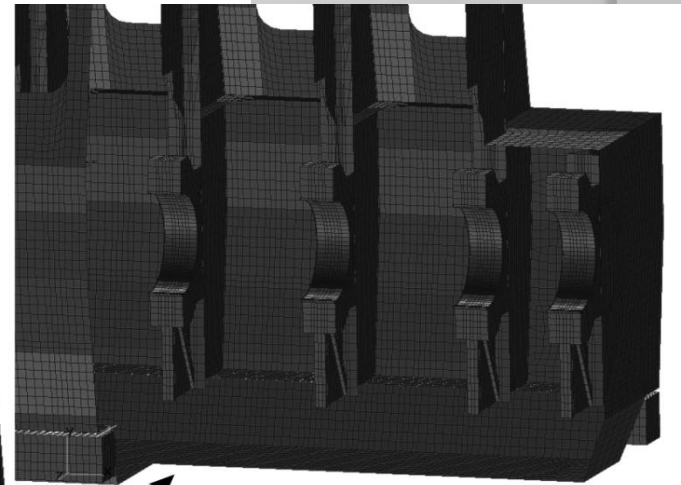
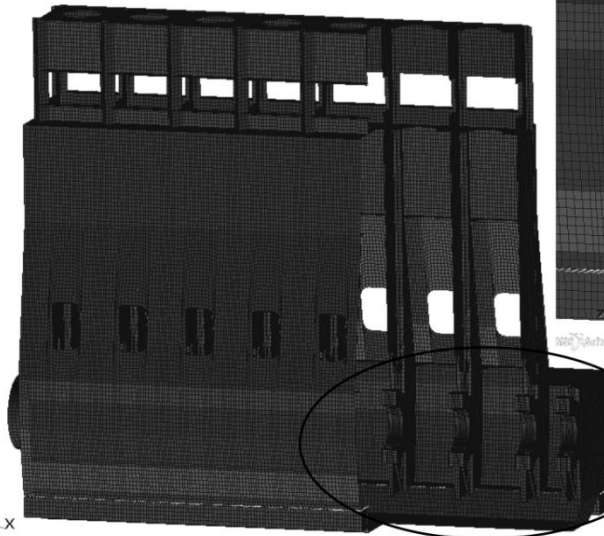
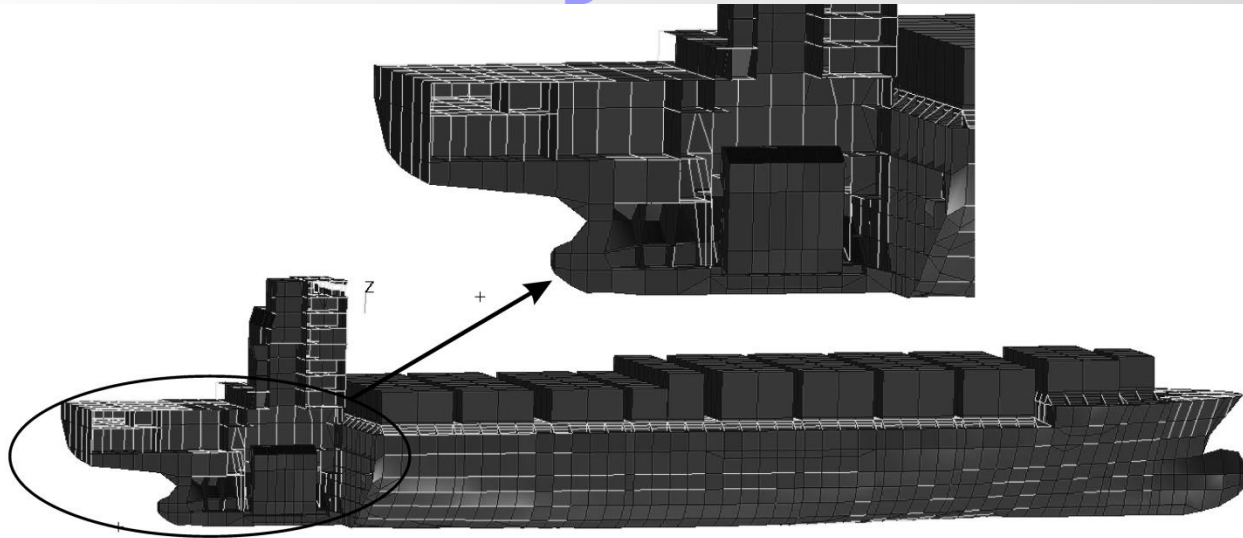
MS
Frib



Vibration Modes of Confusor



Deformacja termiczna korpusu SG



Drgania kadłuba statku

Patran 2016 20-Feb-17 11:46:48

Fringe: SC1:DEFAULT, A4:Mode 14 : Freq. = 6.5744, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: SC1:DEFAULT, A4:Mode 14 : Freq. = 6.5744, Eigenvectors, Translational,

Patran 2016 20-Feb-17 11:46:48

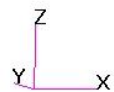
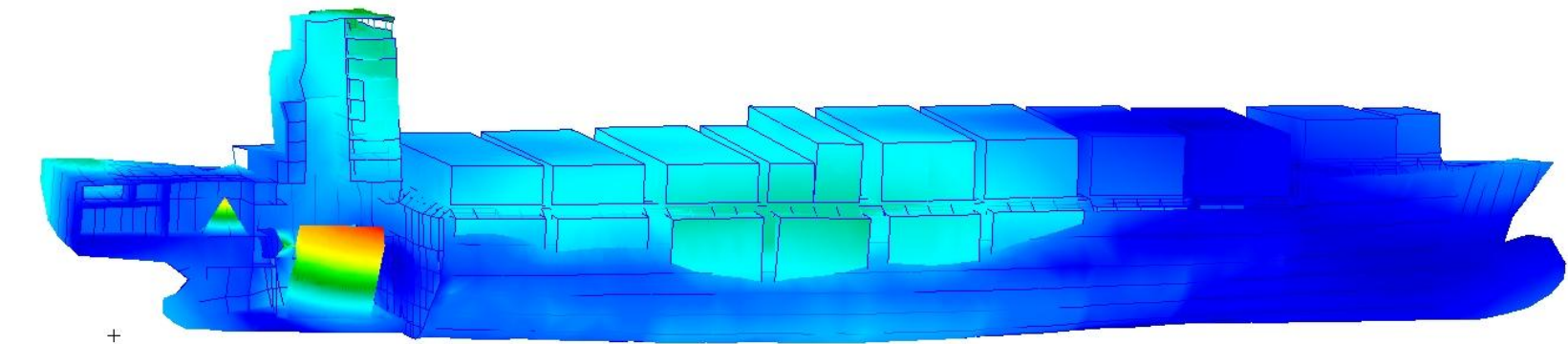
Fringe: SC1:DEFAULT, A4:Mode 16 : Freq. = 7.41, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: SC1:DEFAULT, A4:Mode 16 : Freq. = 7.41, Eigenvectors, Translational,

Patran 2016 20-Feb-17 11:46:48

Fringe: SC1:DEFAULT, A4:Mode 22 : Freq. = 8.7725, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: SC1:DEFAULT, A4:Mode 22 : Freq. = 8.7725, Eigenvectors, Translational,



1.55-003

1.45-003

1.34-003

1.24-003

7.79-004

7.28-004

6.76-004

6.25-004

7.88-004

7.36-004

6.83-004

6.31-004

5.79-004

5.26-004

4.74-004

4.21-004

3.69-004

3.16-004

2.64-004

2.11-004

1.59-004

1.06-004

5.39-005

1.42-006

default_Fringe :

Max 7.88-004 @Nd 1861

Min 1.42-006 @Nd 10913

default_Deformation :

Max 7.88-004 @Nd 1861

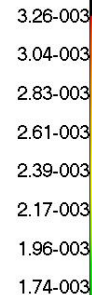
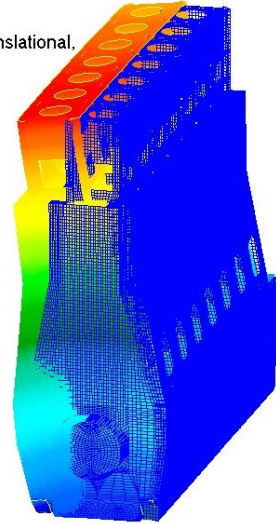
Frame: 2

Scale = 7.07-001

Drgania korpusu SG

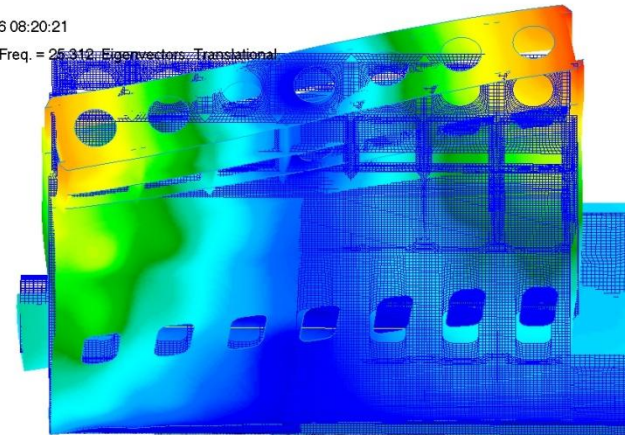
Patran 2014.1 64-Bit 19-May-16 08:21:16

Deform: Default, A1:Mode 3 : Freq. = 15.494, Eigenvectors, Translational.



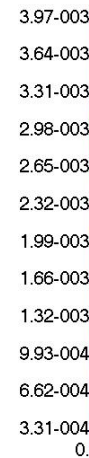
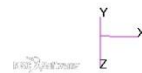
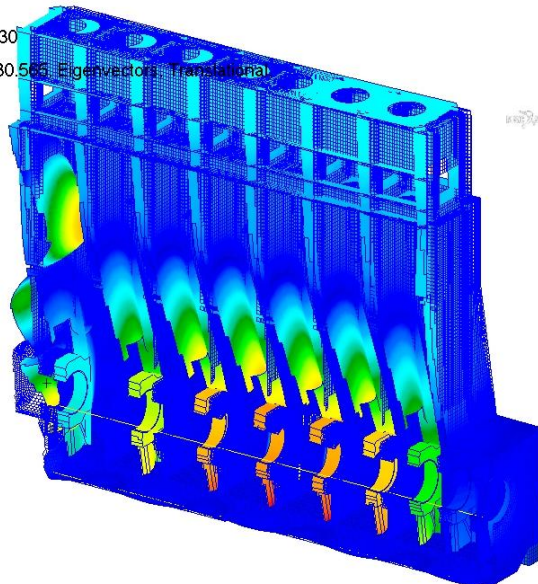
Patran 2014.1 64-Bit 19-May-16 08:20:21

Deform: Default, A1:Mode 11 : Freq. = 25.312, Eigenvectors, Translational



Patran 2014.1 64-Bit 19-May-16 08:24:30

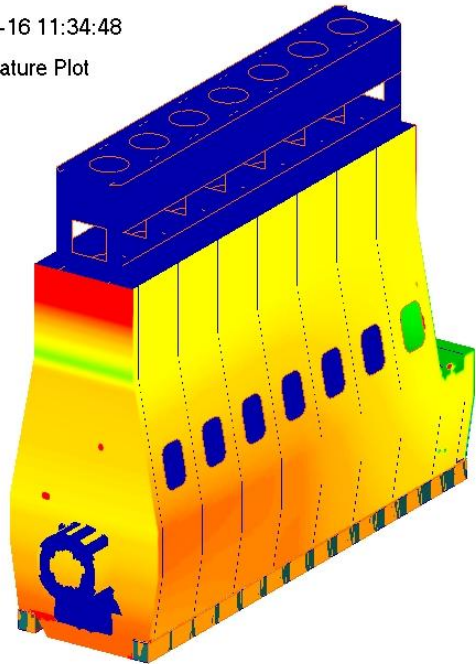
Deform: Default, A1:Mode 21 : Freq. = 30.565, Eigenvectors, Translational



Deformacja termiczna korpusu SG

Patran 2014.1 64-Bit 22-Mar-16 11:34:48

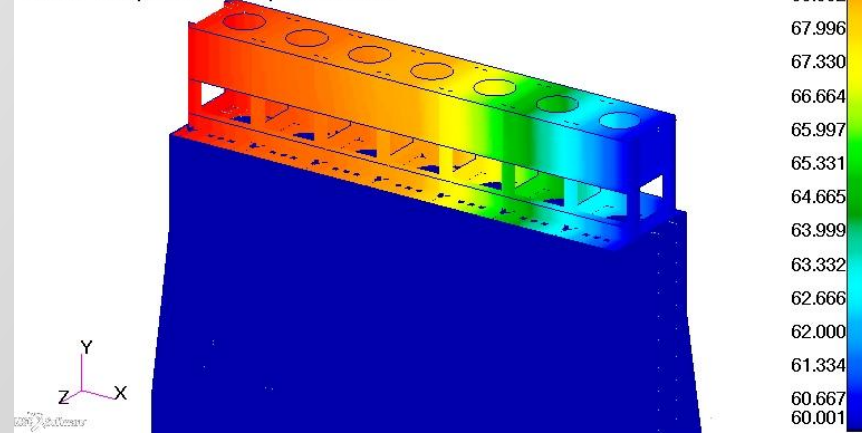
Scalar Temperature: Temperature Plot



50.000
48.667
47.333
46.000
44.667
43.333
42.000
40.667
39.333
38.000
36.667
35.333
34.000
32.667
31.333
30.000

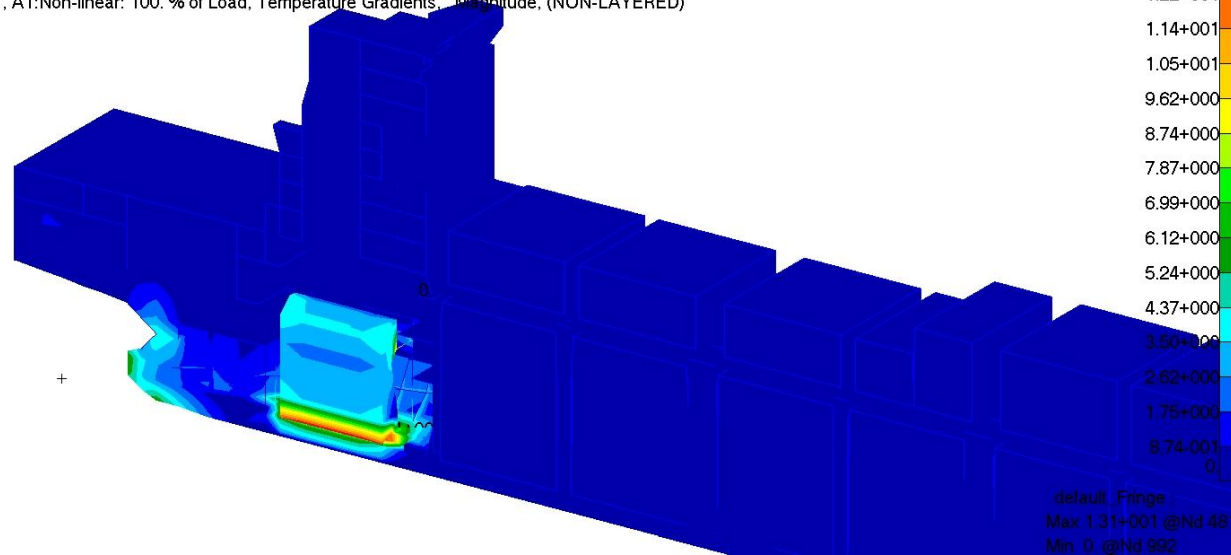
Patran 2014.1 64-Bit 22-Mar-16 11:21:14

Scalar Temperature: Temperature Plot



69.995
69.329
68.662
67.996
67.330
66.664
65.997
65.331
64.665
63.999
63.332
62.666
62.000
61.334
60.667
60.001

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Non-linear: 100. % of Load, Temperature Gradients, Magnitude, (NON-LAYERED)



1.31+001
1.22+001
1.14+001
1.05+001
9.62+000
8.74+000
7.87+000
6.99+000
6.12+000
5.24+000
4.37+000
3.50+000
2.62+000
1.75+000
8.74-001
0

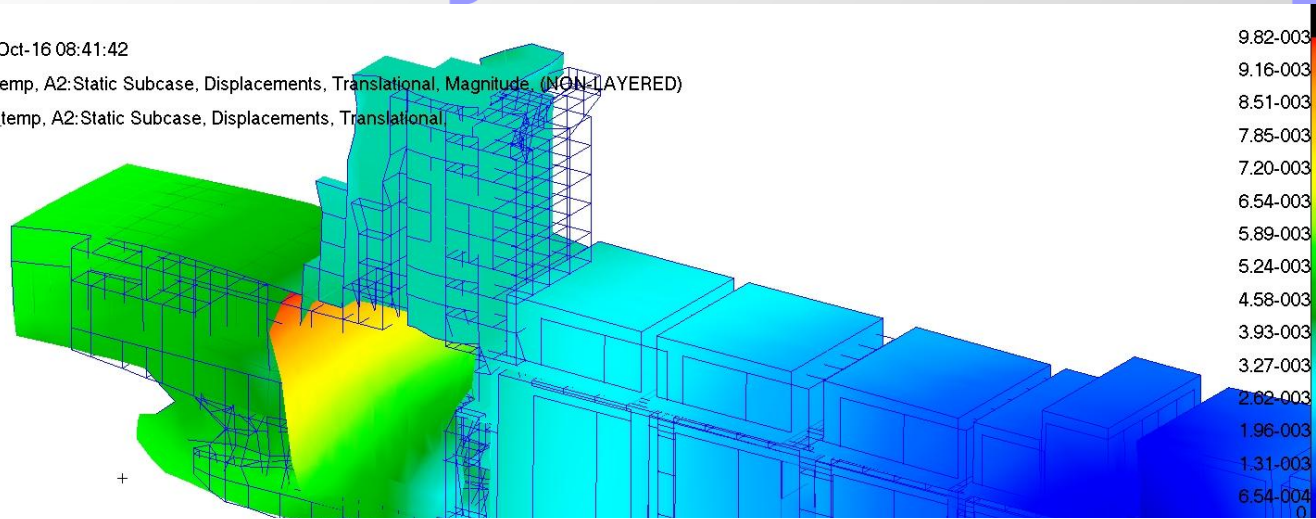
default Fringe
Max 1.31+001 @Nd 481
Min 0 @Nd 992

Deformacja termiczna korpusu SG

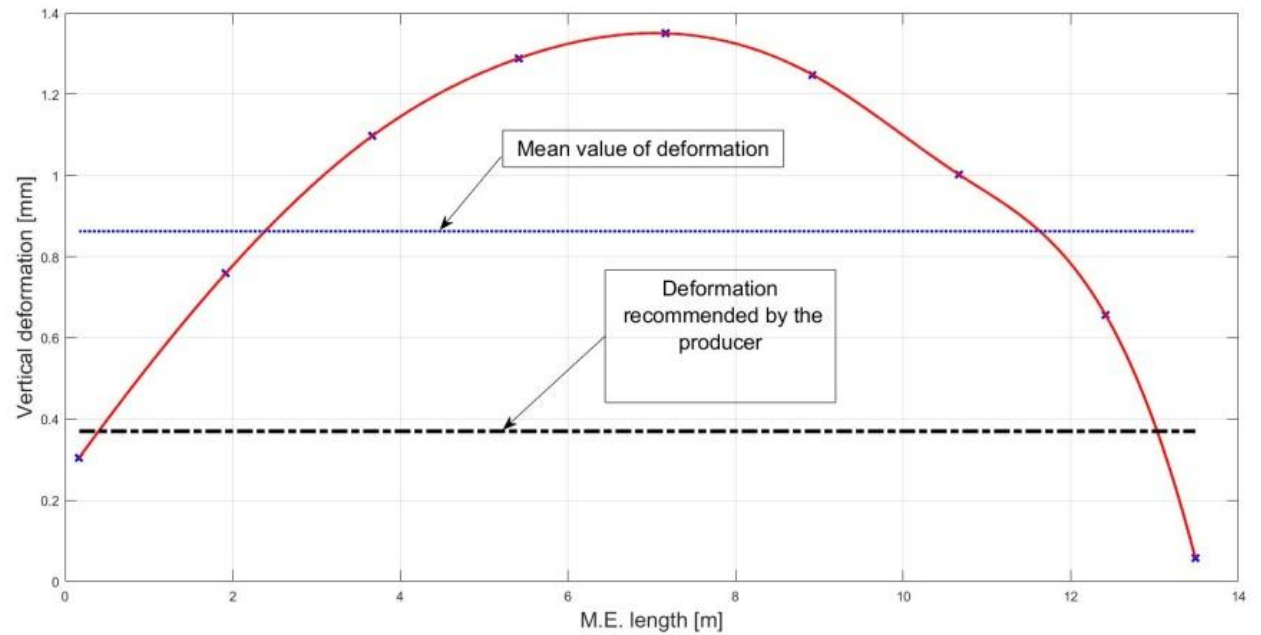
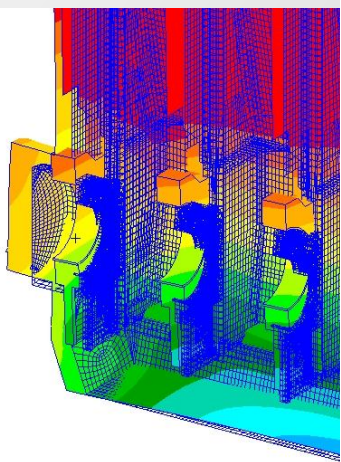
Patran 2016 22-Oct-16 08:41:42

Fringe: statyka_temp, A2:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

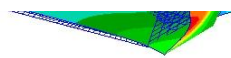
Deform: statyka_temp, A2:Static Subcase, Displacements, Translational



ANSYS PATRAN

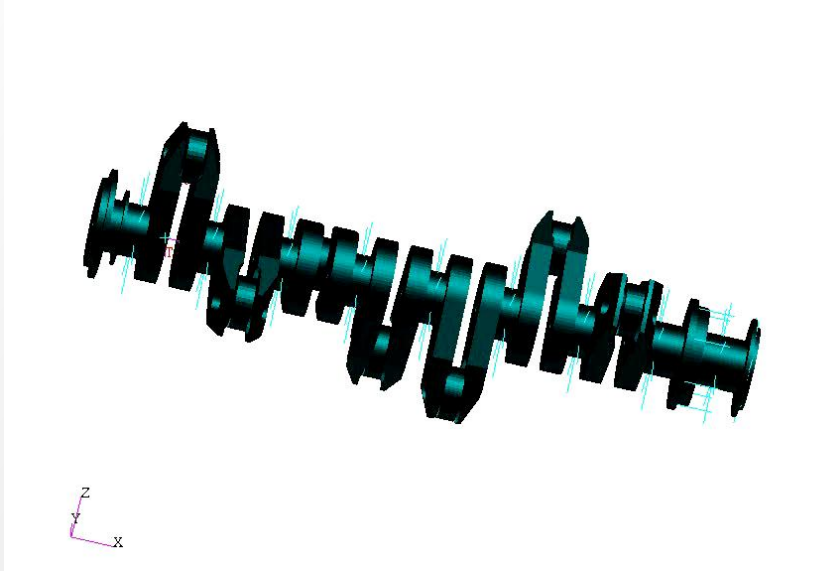


ANSYS PATRAN

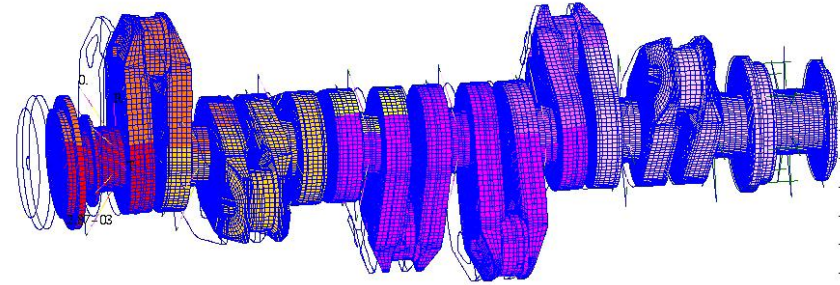


2.00-004
0

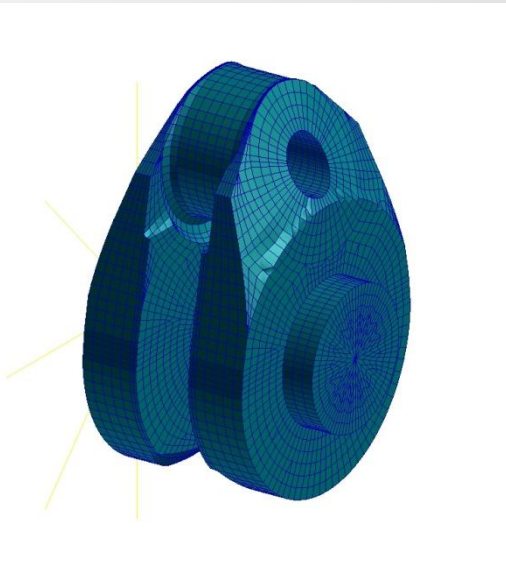
Drgania układu przeniesienia mocy



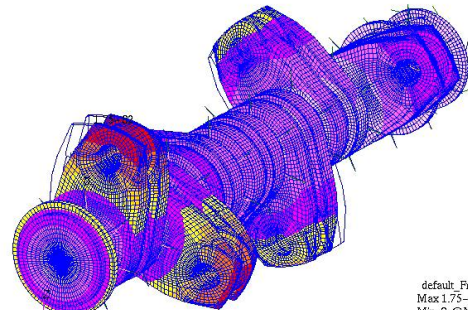
MSC.Patran 2001 r2a 16-Sep-03 13:15:54
 Fringe: SC1:LONGITUDINAL, A1:Static Subcase: Displacements, Translational-(NON-LAYERED) (MAG)
 Deform: SC1:LONGITUDINAL, A1:Static Subcase: Displacements, Translational



2.87-03
 2.49-03
 2.10-03
 1.72-03
 1.34-03
 9.57-04
 5.74-04
 1.91-04
 -1.91-04
 -5.74-04
 -9.57-04
 -1.34-03
 -1.72-03
 -2.10-03
 -2.49-03
 -2.87-03
 default_Fringe :
 Max 2.87-03 @Nd 15167
 Min 0. @Nd 645423
 default_Deformation :
 Max 2.87-03 @Nd 15167
 Frame: 1

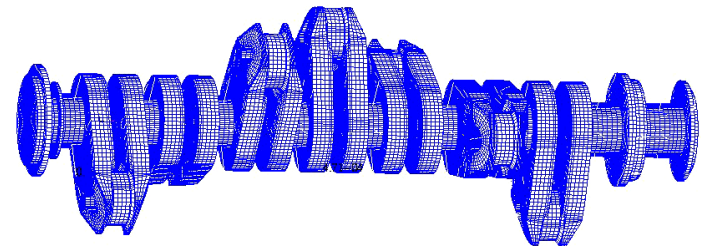


MSC.Patran 2001 r2a 16-Sep-03 14:13:40
 Fringe: SC2:TORSIONAL, A1:Static Subcase: Displacements, Translational-(NON-LAYERED) (MAG)
 Deform: SC2:TORSIONAL, A1:Static Subcase: Displacements, Translational



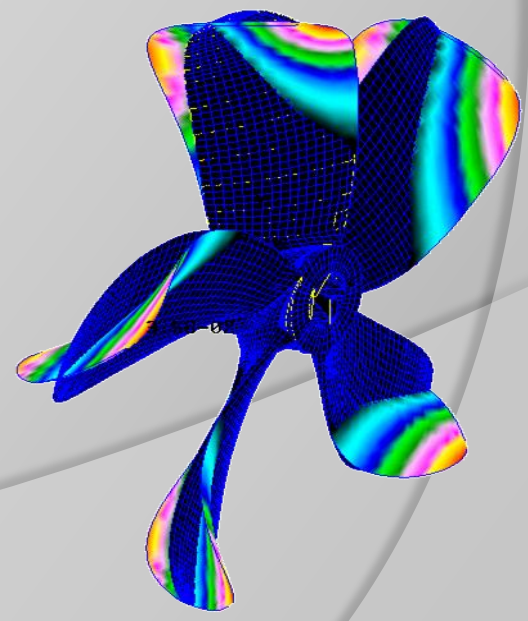
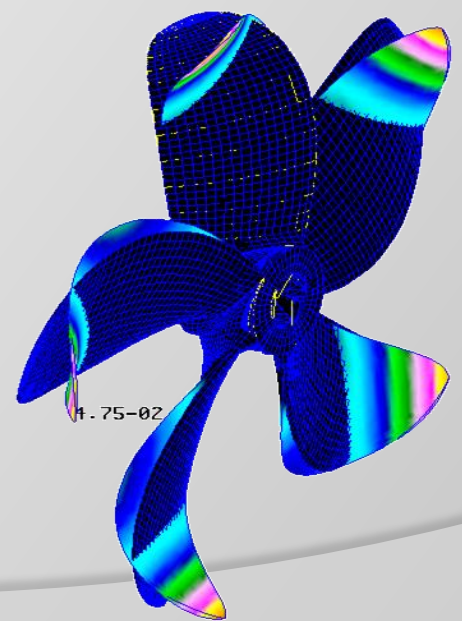
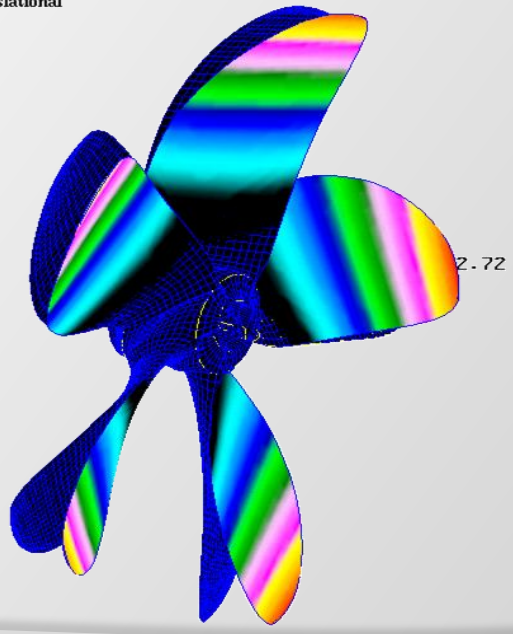
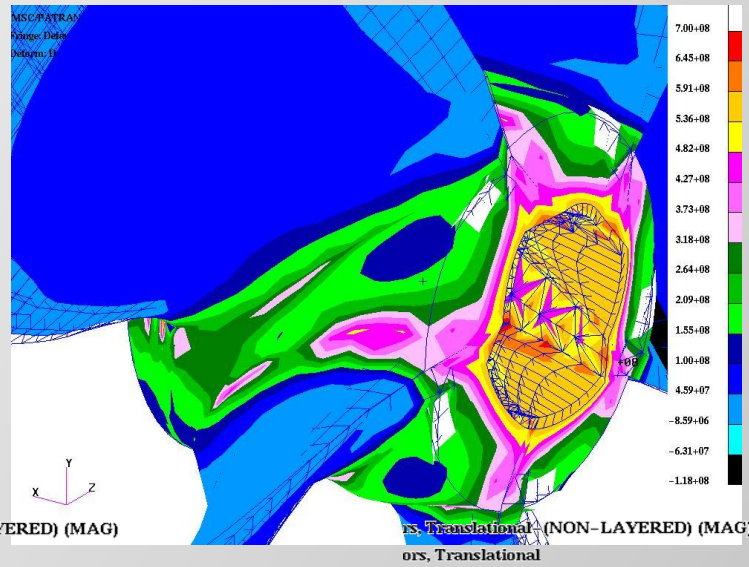
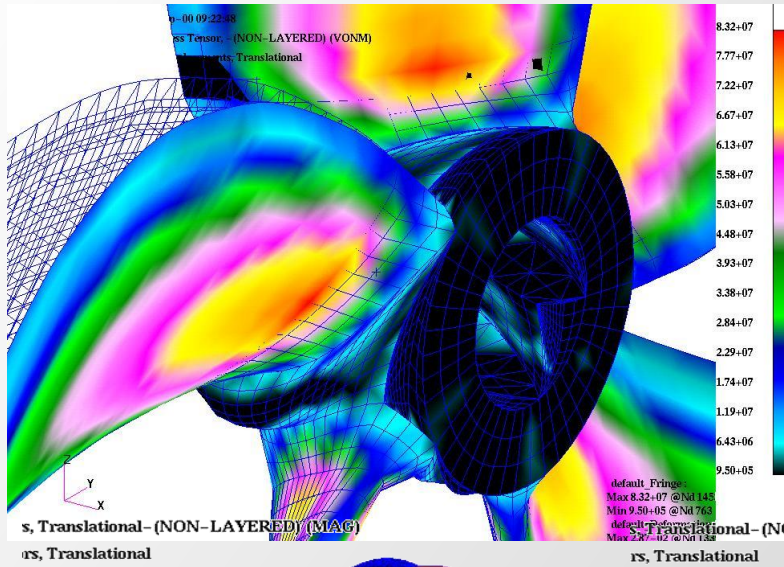
1.75-02
 1.69-02
 1.28-02
 1.05-02
 8.16-03
 5.83-03
 3.50-03
 1.17-03
 -1.17-03
 -3.50-03
 -5.83-03
 -8.16-03
 -1.05-02
 -1.28-02
 -1.52-02
 -1.75-02
 default_Fringe :
 Max 1.75-02 @Nd 246
 Min 0. @Nd 645423
 default_Deformation :
 Max 1.75-02 @Nd 246
 Frame: 1

MSC.Patran 2001 r2a 15-Sep-03 14:22:15
 Fringe: SC6:RADIAL4, A1:Static Subcase: Displacements, Translational-(NON-LAYERED) (MAG)
 Deform: SC6:RADIAL4, A1:Static Subcase: Displacements, Translational



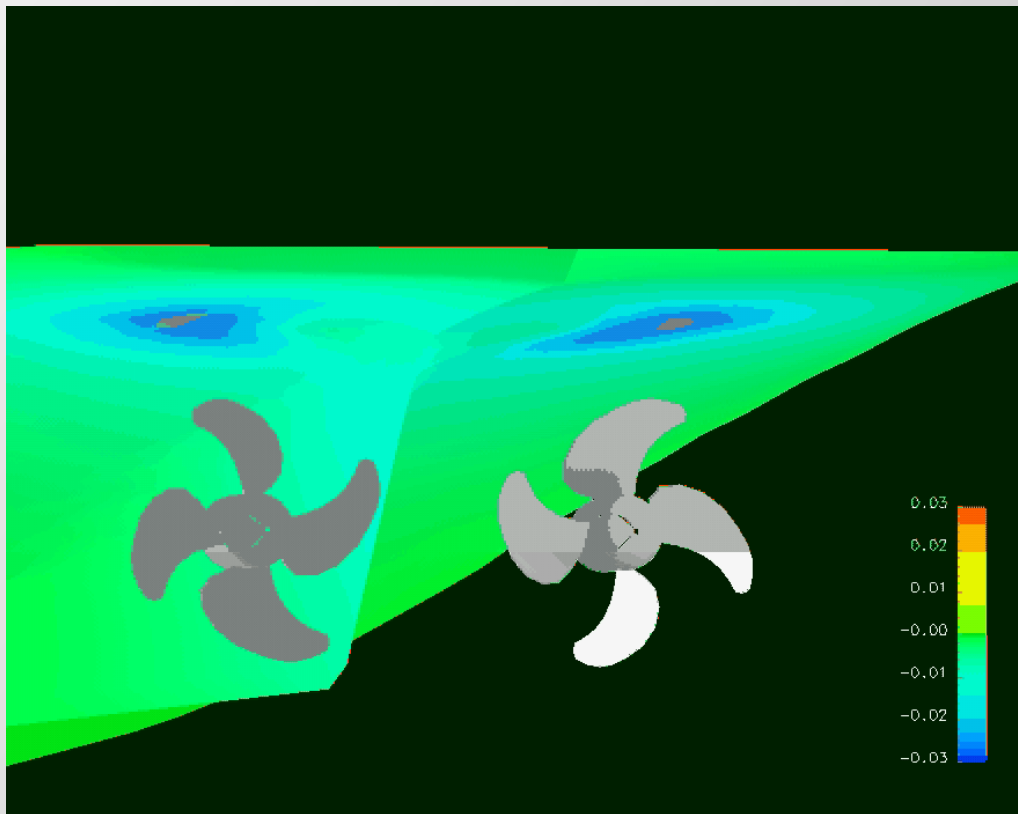
4.71-04
 4.40-04
 4.08-04
 3.77-04
 3.45-04
 3.14-04
 2.83-04
 2.51-04
 2.20-04
 1.88-04
 1.57-04
 1.26-04
 9.42-05
 6.28-05
 3.14-05
 8.73-11
 default_Fringe :
 Max 4.71-04 @Nd 570700
 Min 0. @Nd 645423
 default_Deformation :
 Max 4.71-04 @Nd 570700
 Frame: 1

Wytrzymałość śruby napędowej



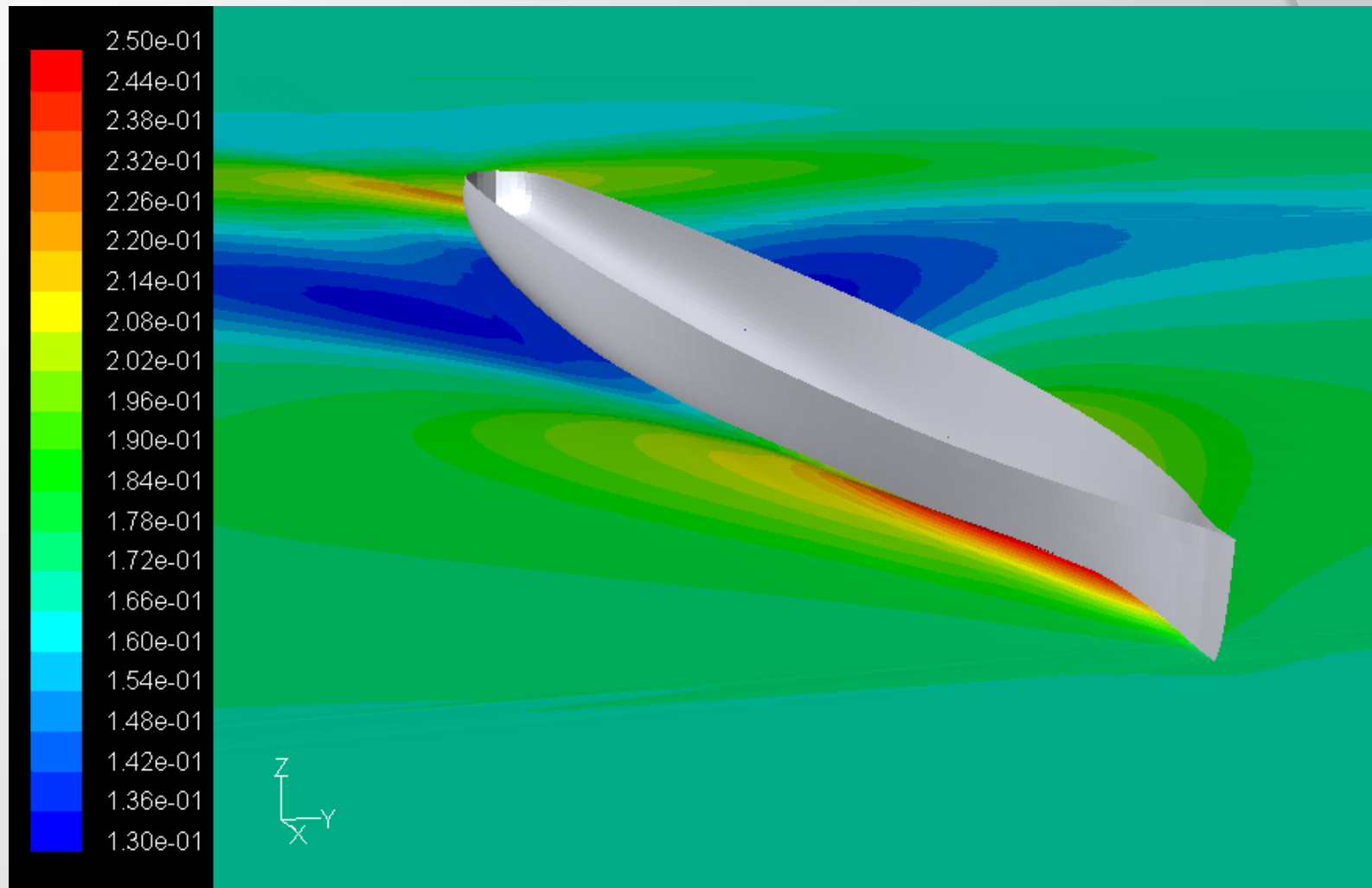
Wymuszenia śruby to głównie fluktuacje ciśnień na kadłubie statku (ale nie tylko!)

Obliczone rozkłady ciśnień (przepływ potencjalny)

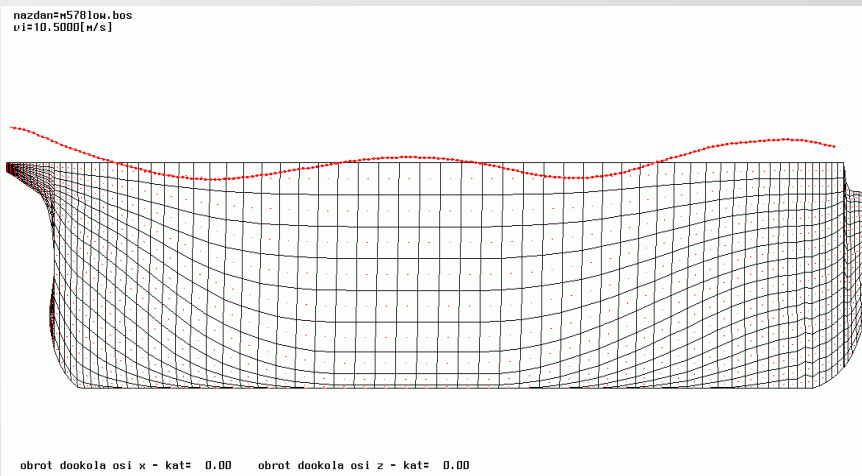
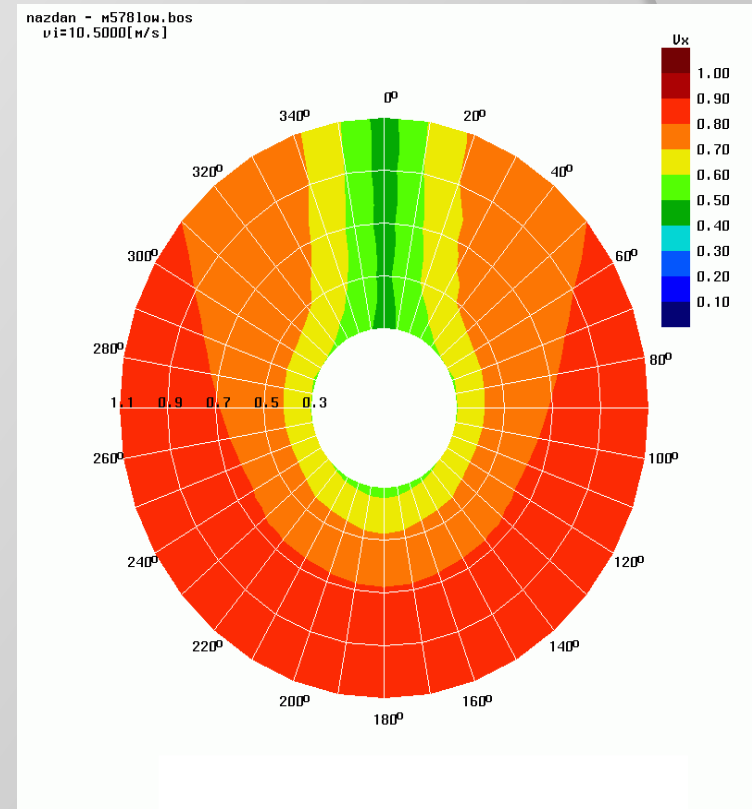
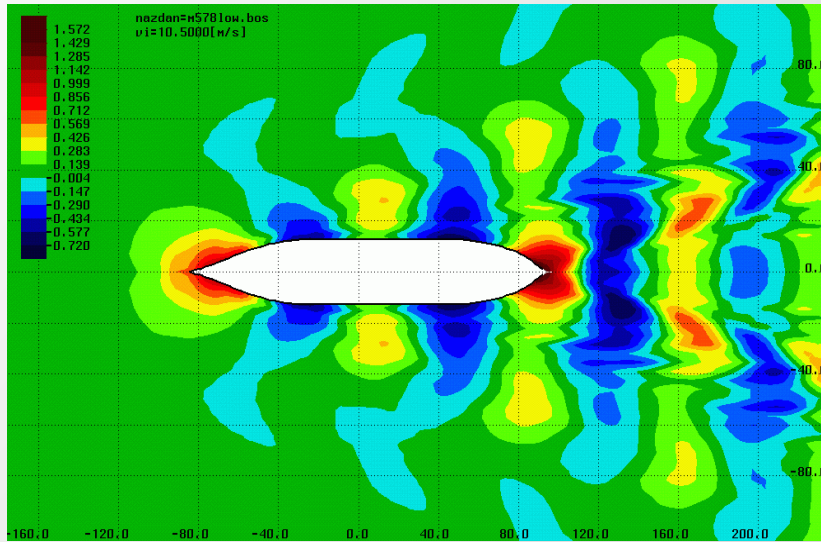


Podobne efekty występują na powierzchni steru

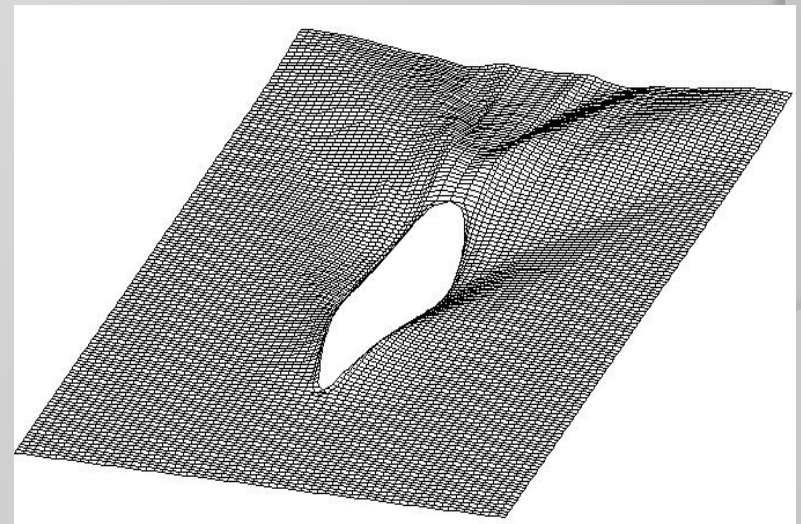
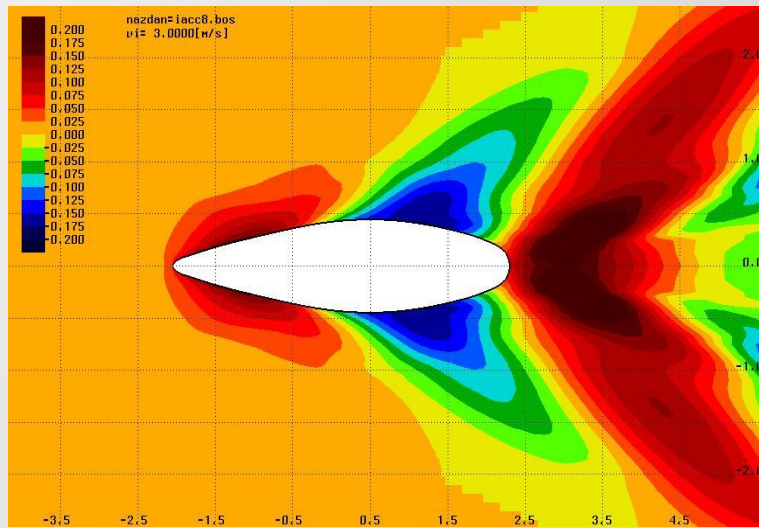
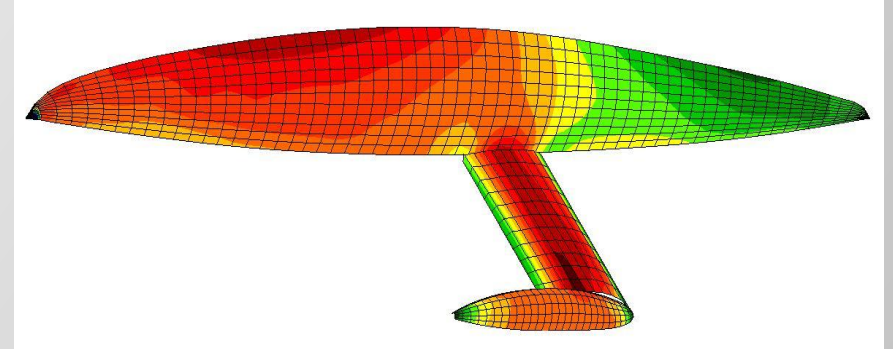
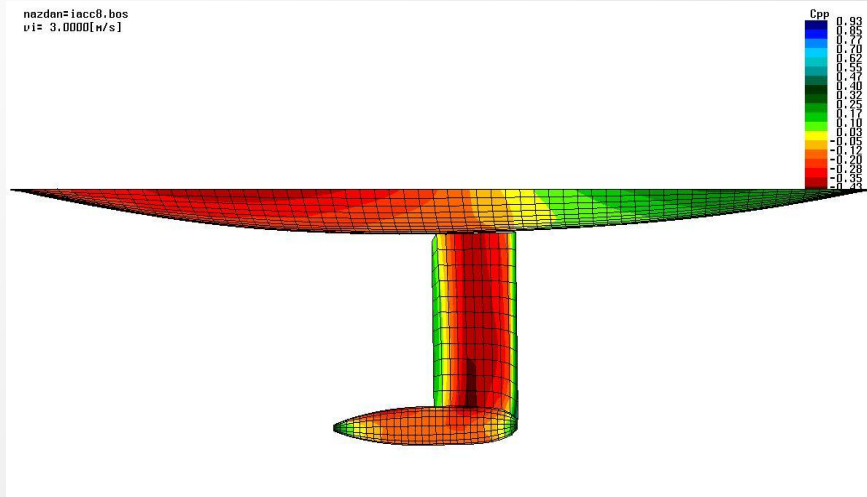
FLUENT – Example of the free surface viscous calculations



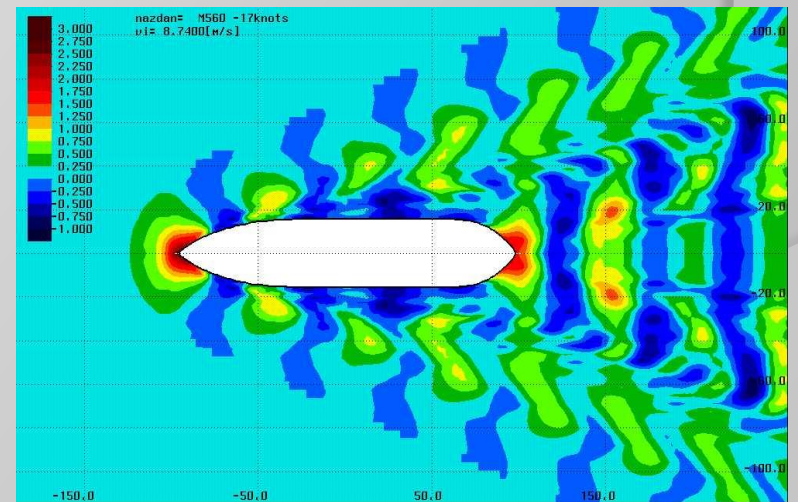
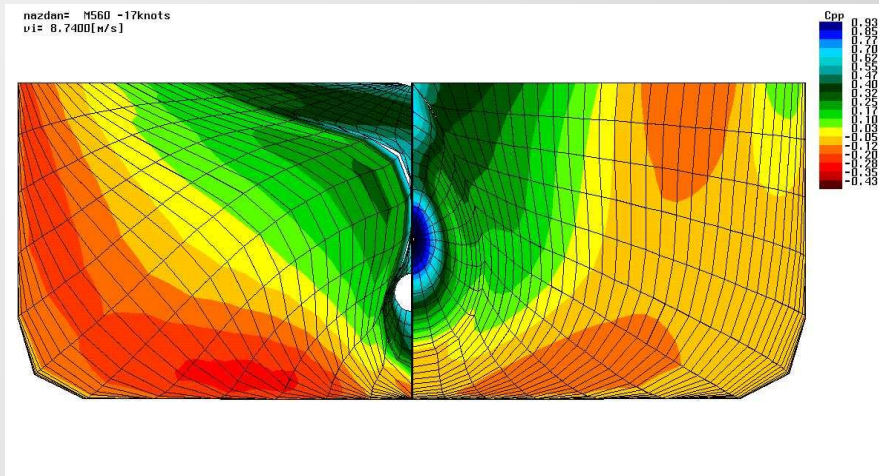
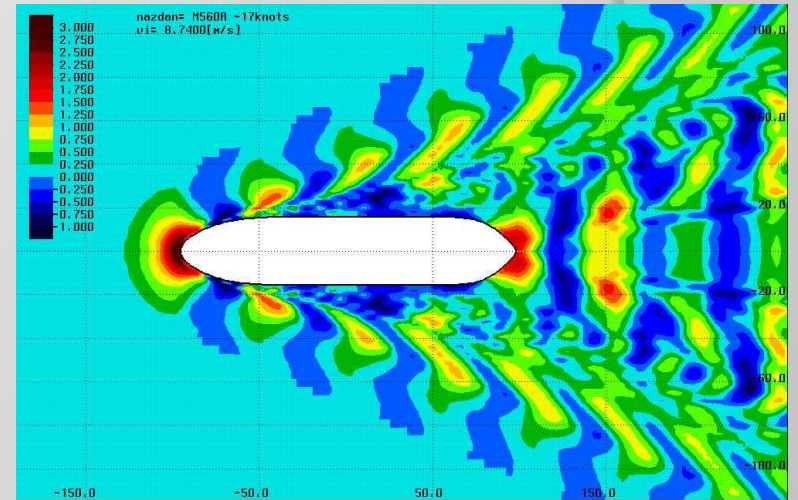
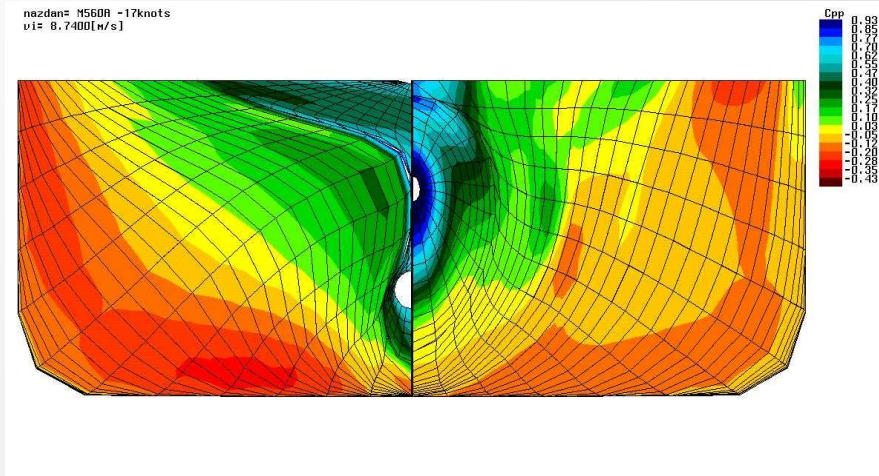
BOS-NT, Calculations of wave pattern and wake, Container vessel



BOS-NT IACC yacht



BOS-NT Calculations concerning ship hull optimisation

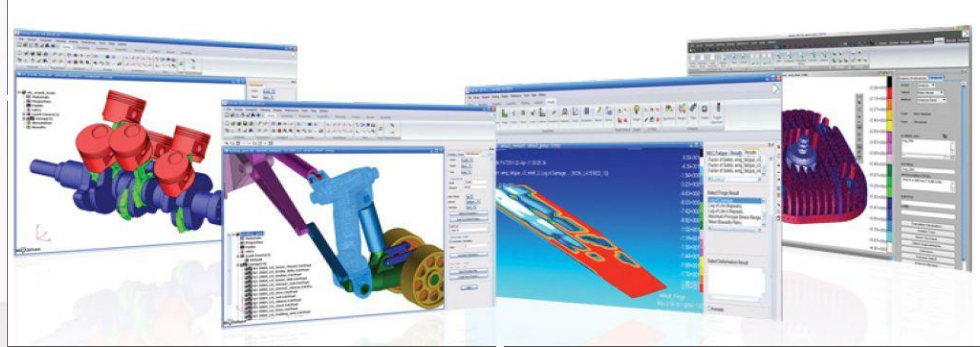
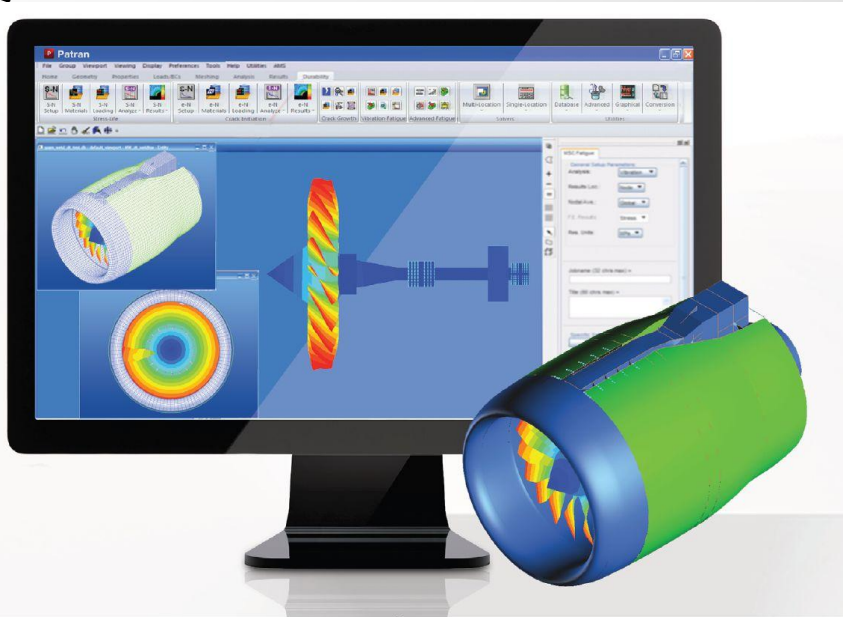




Co posiadamy?

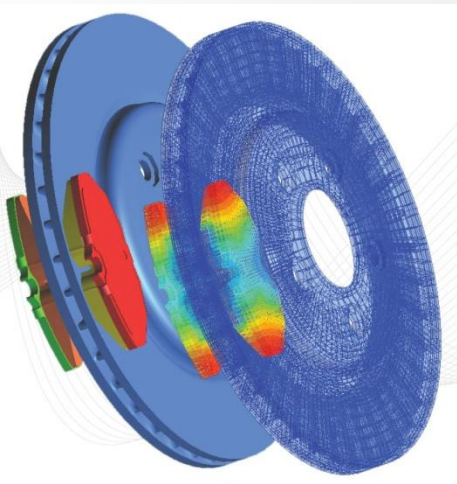
Patran

49 licencji „pływających”

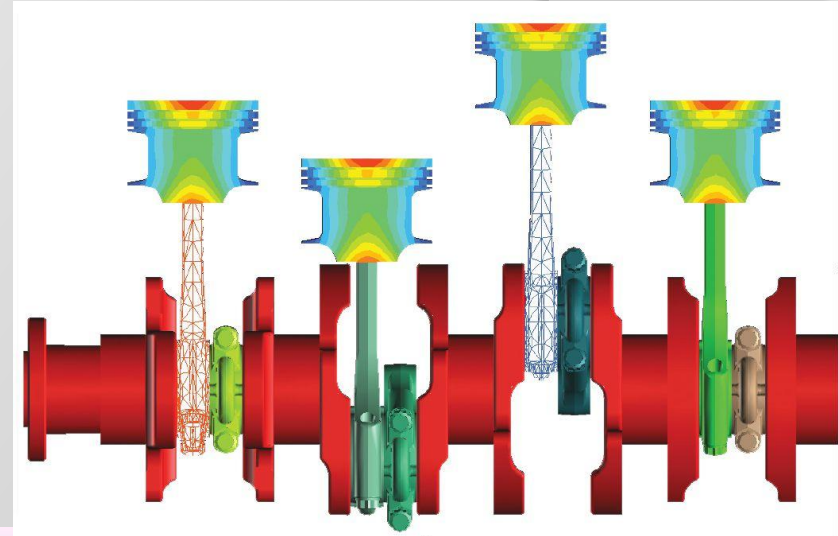


- Pre- i postprocesor ⇒ Nastran, Marc, Dytran, Sinda
- Tworzenie modeli MES i graficzna prezentacja wyników obliczeń
- Importowanie geometrii z programów CAD
- Patran Control Language (PCL) pozwala na personalizację preprocesora

Co posiadamy?



Nastran

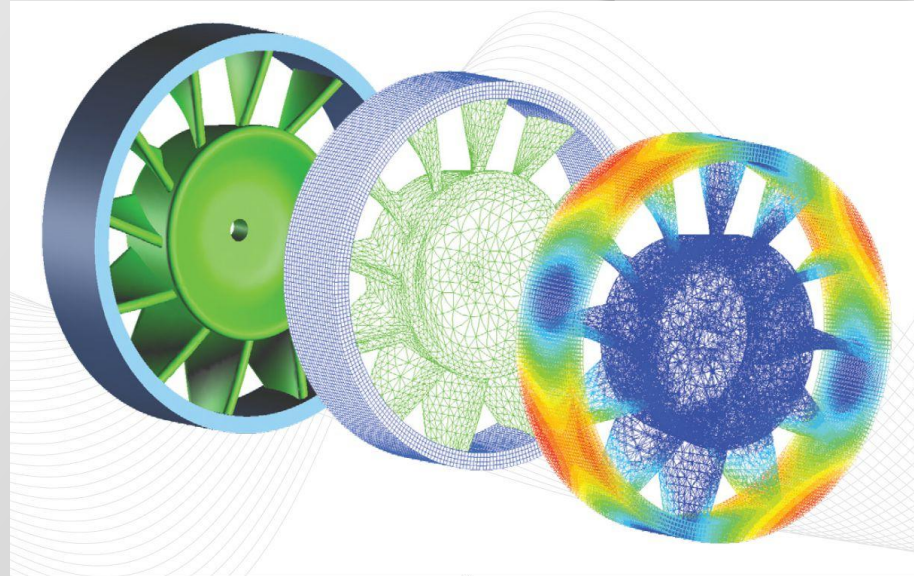


- Podstawowy „Solver” bazujący na MES rozwijany od 40 lat (SAP)
- Liniowe i nieliniowe (materiałowe i geometryczne) analizy strukturalne
- Analizy statyczne, wyboczenie, drgania własne i wymuszone, wymuszenia losowe, analizy aeroelastyczne (flutter) i wirników, optymalizacja
- Nieliniowe analizy kontaktowe 2-D oraz 3-D
- Analizy interakcji pomiędzy konstrukcją a płynem + modelowanie przepływów metodą SPH (smooth-particle hydrodynamics) + hydraulika

Co posiadamy?



Nastran



- Analizy termiczne; ustalony i nieustalony przepływ ciepła, kontakt termiczny, sprzężenia termo-mechaniczne
- Analizy struktur kompozytowych; delaminacja, scenariusze uszkodzeń
- Mechanika pękania (zamykanie się szczelin)
- Analizy zmęczeniowe z optymalizacją
- Analizy akustyczne
- Analizy typu „crash”, „impact”, „drop test”
- Problemy „multi-physics”
- Obliczenia wielordzeniowe i z wykorzystaniem karty graficznej

Co posiadamy?



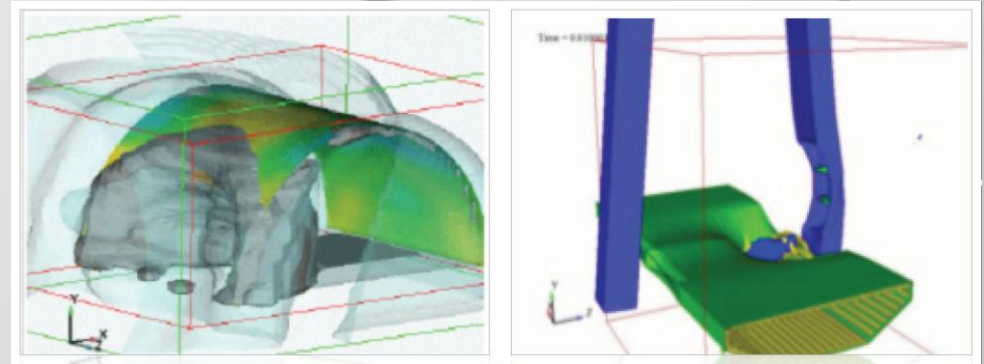
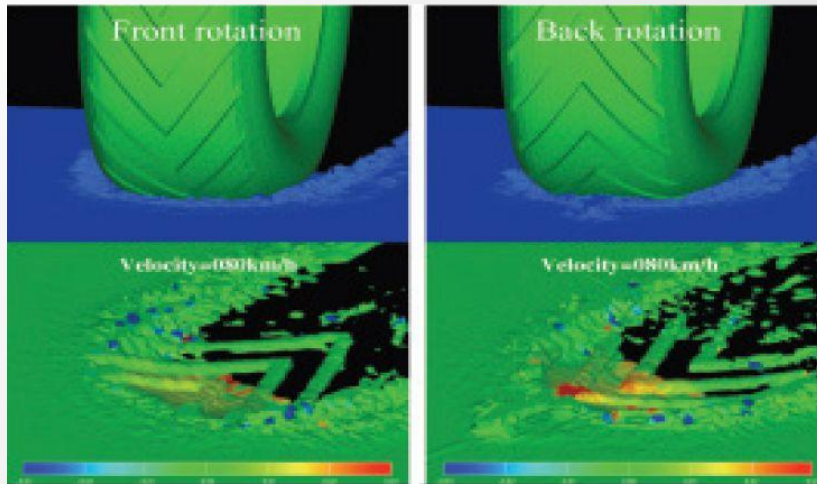
Marc



- Zaawansowane analizy silnie nieliniowe – bezpośrednio nieliniowa metoda elementów skończonych do obliczeń statycznych dynamicznych i „multi-physics” (termika, elektromagnetyzm)
- Automatyczna procedura „remeshing”
- Automatyczna zmiana warunków kontaktowych
- Wbudowane modele silnie nieliniowych materiałów (np. z pamięcią kształtu)

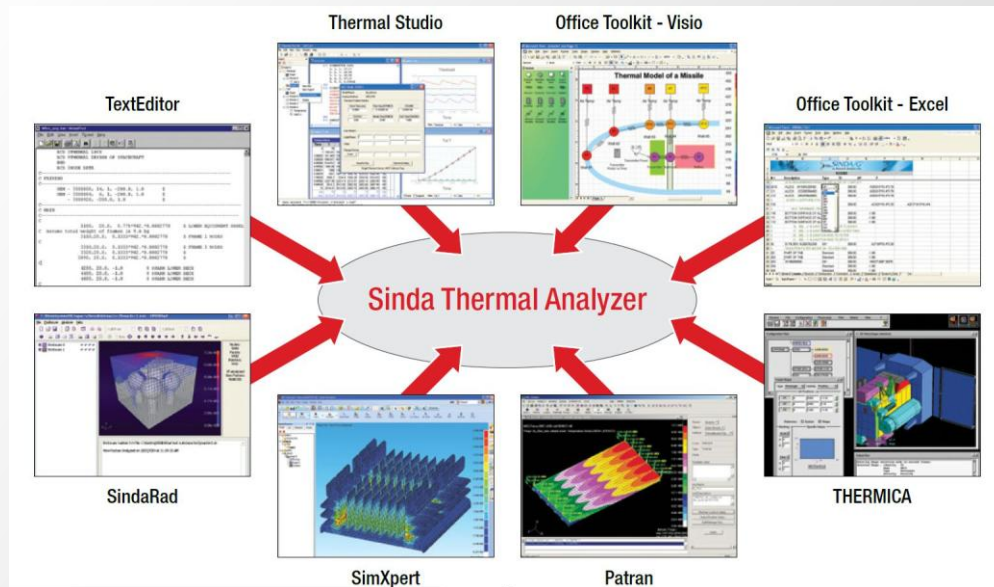
Co posiadamy?

Dytran

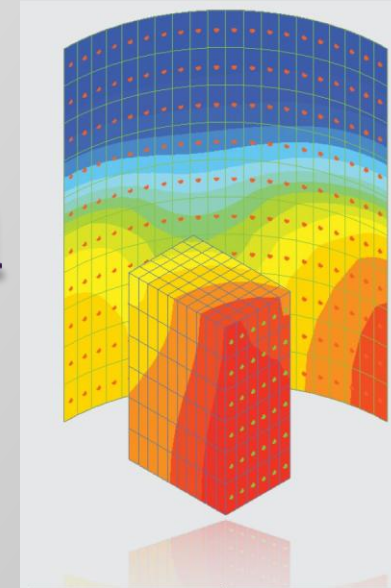


- Analizy złożonych, krótkookresowych procesów jak deformacje strukturalne materiałów (eksplozje, zderzenia, penetracja) oraz interakcja płynów i ciał stałych
- Przykłady: „sloshing”, „slamming”, zderzenia z ptakami, modelowanie poduszek powietrznych, „crash test”, zderzenia statków, wybuchy podwodne
- MES oparty o Równania Eulera-Lagrange'a oraz Metoda Objętości Skończonych dla analiz przepływów
- Elementy skończone w sformułowaniu dużych odkształceń

Co posiadamy?



Sinda



- Analizy termiczne z zapisem przebiegu procesu, przy uwzględnieniu przewodzenia ciepła, konwekcji oraz promieniowania
- Analizowana struktura może zawierać różnorodne materiały oraz nieliniowe warunki brzegowe
- Interaktywna metoda pozwala na rozwiązywanie dużych zagadnień - język programowania procesów termicznych
- Zawiera kilkadziesiąt „solverów” do rozwiązań zagadnień ustalonych i nieustalonych

Zakres zastosowania MD-Bundle firmy MSC

MD Nastran

- Basic (Linear Statics, Normal Modes, Buckling)
- ACMS
- Acoustics
- Adams Integration
- Advanced Nonlinear (SOL400)
- Aeroelasticity I
- Connectors
- Design Optimization
- Distributed Memory Parallel (DMP)
- DMAP
- Dynamic Design Analysis Method (DDAM)
- Dynamics
- Explicit Nonlinear (SOL 700)
- Explicit Nonlinear Multi-Processor
- Heat Transfer
- Implicit Nonlinear (SOL600)
- Implicit Nonlinear Shape Memory Materials
- Implicit Nonlinear Hemi Cube View Factors
- Implicit Nonlinear Multi-Processor
- Linear Contact
- LS-DYNA Translator
- Marc Translator
- Nonlinear
- Rotor Dynamics
- Shared Memory Parallel (SMP)
- Superelements
- Topology Optimization

Patran

- Patran
- Analysis Manager
- Queue Manager
- Dytran Preference
- Marc Preference
- MD Nastran Preference
- I-deas Preference
- LS-DYNA Preference
- PAM-CRASH Preference
- Advanced Surface Meshing
- Beam Tools
- Random Analysis
- Thermal
- IGES Access
- CATIA Access
- STEP AP203 Access
- STEP AP209 Access
- VDA Access
- ABAQUS Preference
- ANSYS Preference

FlightLoads

Marc

- Standard
- Electrical
- Global Remeshing
- Hemi-Cube View Factors
- 2D Mesher
- 3D Mesher
- Metal Cutting
- Multi-Processor
- Shape Memory Materials
- Mentat
- Mentat Hex Mesher
- Mentat ITI Access
- Mentat CMOLD Access

Dytran

SINDA/G

- SINDA/G
- SINDA/G Patran Plug-in
- SINDARad
- Incompressible Fluids Library
- Office Toolkit

Opcjonalnie možna dokupić:

MD Nastran

- Aerolasticity II
- Exterior Acoustics
- Krylov Solver

Patran

- ACIS Access
- CATDirect V4 Access
- CATDirect V5 Access
- Unigraphics Access
- Pro/ENGINEER Access
- CAE Solid Modeling
- Laminate Modeler
- Materials
- Materials Enterprise

Marc

- ACIS Access

Fatigue

- Stress-life, Strain-life, & Strain gage
- Fracture
- Multiaxial
- Vibration
- Weld
- Wheel

Metody analiz drgań

- | | |
|--------------------------------------|--|
| • Modal analysis | drgania własne |
| • Complex eigenvalue | zespolone wartości własne |
| • Modal frequency response analysis | drgania wymuszone stacjonarne, metoda modalna |
| • Direct frequency response analysis | drgania wymuszone stacjonarne, metoda bezpośrednia |
| • Modal transient response analysis | drgania wymuszone nieustalone, metoda modalna |
| • Direct transient response analysis | drgania wymuszone nieustalone, metoda bezpośrednia |
| • Random analysis | stochastyczne drgania wymuszone |
| • Shock and response spectrum anal. | odpowieź układu na widmo wymuszeń |
| • Nonlinear transient response anal. | nieliniowe drgania wymuszone |

Klasyfikacja wymuszeń

1. Wymuszenia deterministyczne
 - Okresowe (w tym pojedyncza harmoniczna)
 - Nieustalone (przejściowe)
2. Wymuszenia stochastyczne
 - Stacjonarne (w tym ergotyczne – niezależny od stanu początkowego)
 - Niestacjonarne

Drgania własne

Cele obliczeń drgań własnych



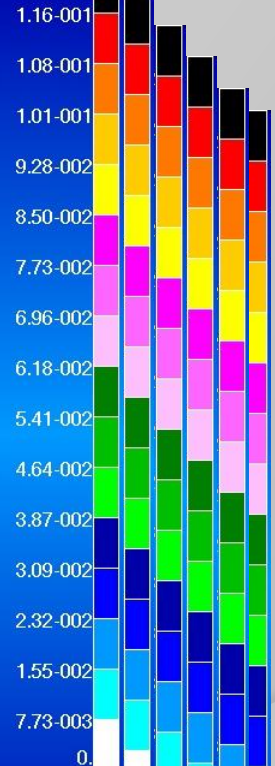
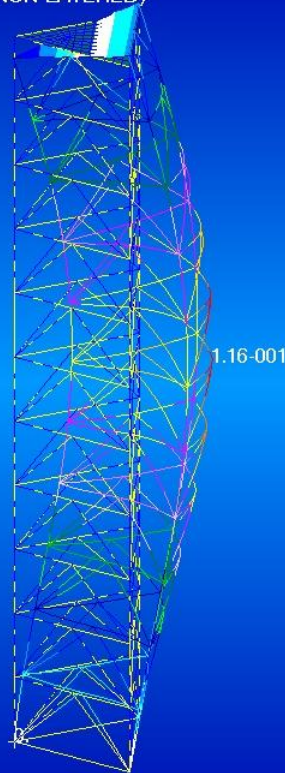
1. Zbadanie charakterystyk dynamicznych konstrukcji
 - Unikanie rezonansu z zainstalowanymi urządzeniami
 - Ocena wpływu środowiska naturalnego (w tym trzęsienia ziemi)
 - Ocena niezbędnych zmian projektowych
2. Ocena (szacunkowa) dynamicznych wzmocnień obciążeń eksploatacyjnych
3. Rozpoznanie charakterystyk konstrukcji przed dalszymi obliczeniami drgań wymuszonych (np. wyznaczenie Δt)
4. Wykorzystanie wyznaczonych „modów” do obliczeń drgań wymuszonych (superpozycja modalna)
5. Informacje o obiekcie przed przystąpieniem do pomiarów (np. rozmieszczenie czujników)
6. Testowanie modelu MES przed dalszymi obliczeniami w tym analizami statycznymi

Drgania własne

Patran 2008r2 (MD Enabled) 20-May-10 10:13:53

Fringe: Default, Mode 6:Freq.=54.66, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: Default, Mode 6:Freq.=54.66, Eigenvectors, Translational,

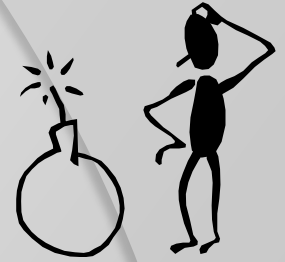


default_Fringe :
Max 1.16-001 @Nd 642
Min 0. @Nd 1
default_Deformation :
Max 1.16-001 @Nd 642 : 209
Max 1.09-001 @Nd 658 : 205
Max 1.09-001 @Nd 658 : 189
Max 2.39-002 @Nd 1209 : 04
Max 4.59-002 @Nd 1205 :
Max 2.41-002 @Nd 1189 :
Max 2.42-002 @Nd 1204 :

Uwaga:

- Stosowanie tylko spójnych jednostek (SI)!

- częstotliwość czy częstość drgań? $f_i[Hz] = \frac{\omega_i[rad/s]}{2 \cdot \pi}$



- Bez więzów mamy postacie drgań ciała sztywnego (6)
należy to uwzględniać przy określaniu liczby postaci
- Normowanie postaci drgań (do uogólnionej macierzy mas, do największej wartości)
- Macierz mas „lumped” czy „coupled”?
- Stosowanie dynamicznej redukcji dla dużych i zbyt dokładnych modeli -> Guyan (kondensacja statyczna), GDR (Generalized dynamic reduction), Modal reduction, Component mode synthesis
- Metody rozwiązań -> Lanczos, Householder (modyfikowany), Givens, Inverse Power, Wilson, Hughes, Bathe ...

Zespolone wartości własne



- Stosowane w przypadku niesymetrycznych macierzy charakterystycznych np. uwzględnienie tłumienia na wartości własne, problemy kontaktowe
- Wyznaczenie postaci drgań szybko-rotujących maszyn (precesja zbieżna i odwrotna)
- Analiza stabilności systemów modelowanych z funkcjami przenoszenia (serwo-mechanizmy)
- Analiza drgań samowzbudnych (flutter)

Stacjonarne drgania wymuszone



Kiedy wykonujemy tego rodzaju obliczenia

- Analiza konstrukcji obciążonej oscylującymi (harmonicznymi) wymuszeniami (definiowanymi jako funkcja częstotliwości wymuszeń)
- Wymuszenia są jednoznacznie zdefiniowane dla każdej częstotliwości wymuszeń
- Gdy niezbędna jest informacja o węzłowych przemieszczeniach (prędkościach drgań) oraz siłach i naprężeniach w elementach skończonych
- Wyniki obliczeń składają się z amplitud i faz drgań dla poszczególnych częstotliwości lub są przedstawione jako liczby zespolone (składowa Real i Imaginary)
- Przy niskim tłumieniu amplitudy drgań w rezonansie są obarczone wysokimi błędami numerycznymi
- Wyróżniamy dwie metody obliczeń: metodę bezpośrednią i modalną

Wybór metody obliczeń

- Metoda modalna jest znacznie szybsza ale może być źródłem błędów (nie uwzględnienie wszystkich istotnych modów) oraz ma możliwość zastosowania jedynie tłumienia modalnego

	Metoda	
	Modalna	Bezpośrednia
Mały model		☒
Duży model	☒	
Mało częstości wymuszających		☒
Dużo częstości wymuszających	☒	
Duża liczba istotnych postaci drg. własnych		☒



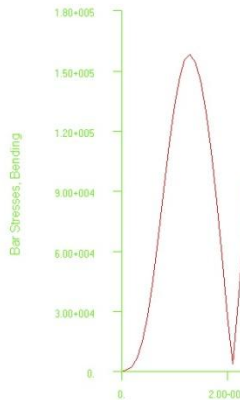
- Drgania wymuszone (nietłumione) przy 0Hz = statyce więc jeżeli częstość wymuszeń \ll od najniższej częstości własnej to można się ograniczyć do statyki
- Do dokładnego określenia poziomu amplitud drgań w rezonansie należy użyć przynajmniej 5 pkt. w obszarze: $pik/\sqrt{2}$; w pozostałym obszarze Δf może być znacznie rzadsze

Nieustalone drgania wymuszone

Patran 2008r2 (MD Enabled) 20-May-10 14:21:07

Fringe: wym_freq, Time=0.01, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

Deform: wym_freq, Time=0.01, Displacements, Translational,

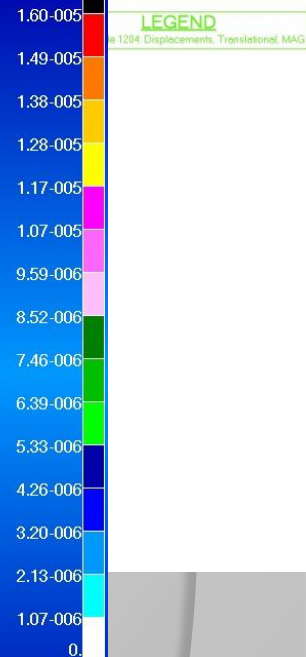
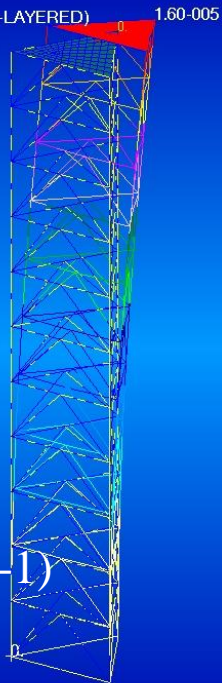


Wyniki:

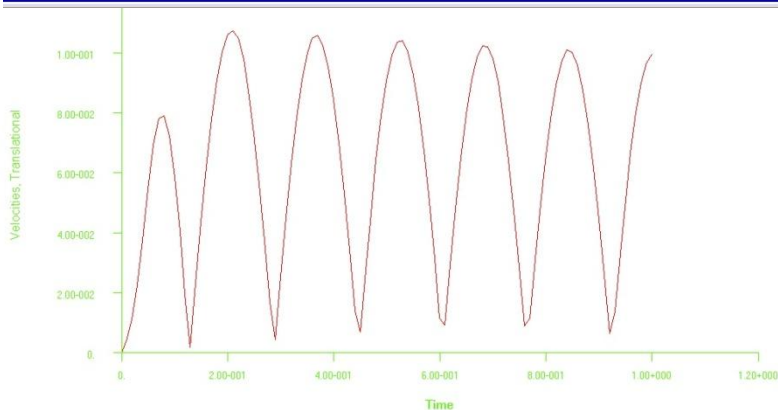
częstotliwość 3.13Hz (3.16)

przesunięcie $5.7E-3$ ($1.0E-1$)

max amp. gdy F skończyło działanie



default_Fringe :
Max 1.60-005 @Nd 1204
Min 0. @Nd 1
default_Deformation :
Max 1.60-005 @Nd 1204



Wymuszenie:

pik 0.01s

amplituda = jak poprzednio

Nieustalone drgania wymuszone

Kiedy wykonujemy tego rodzaju obliczenia



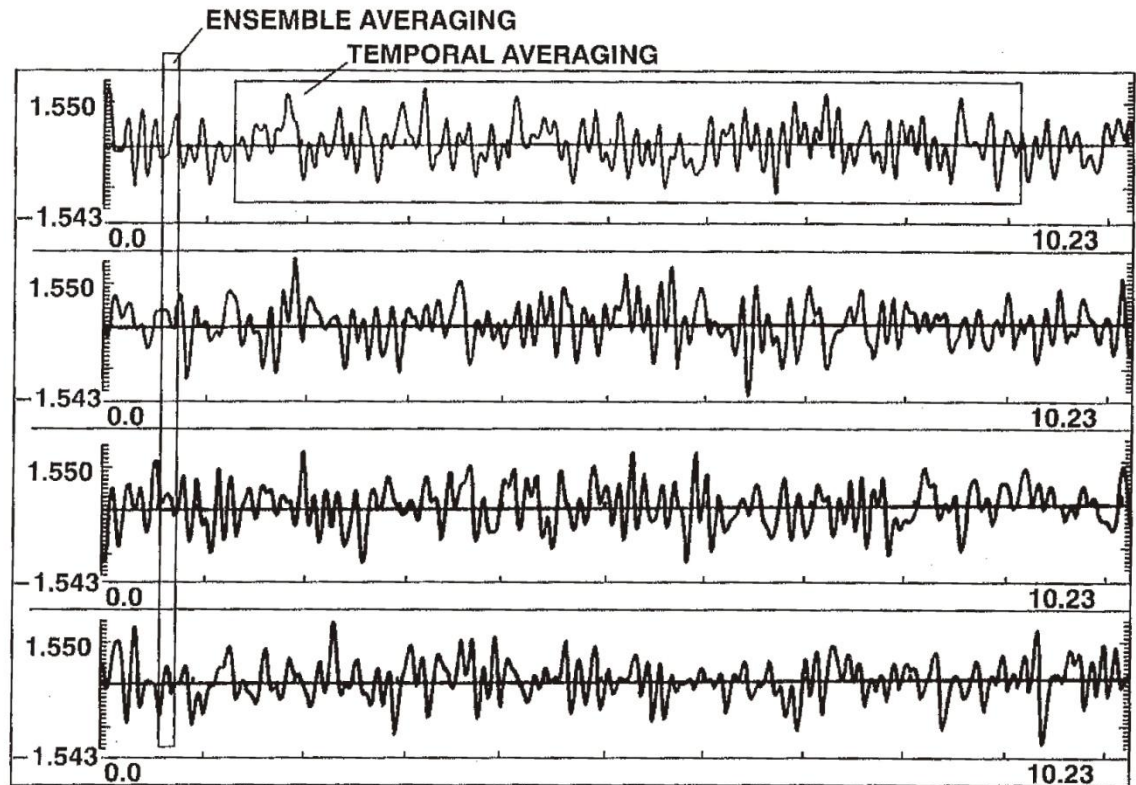
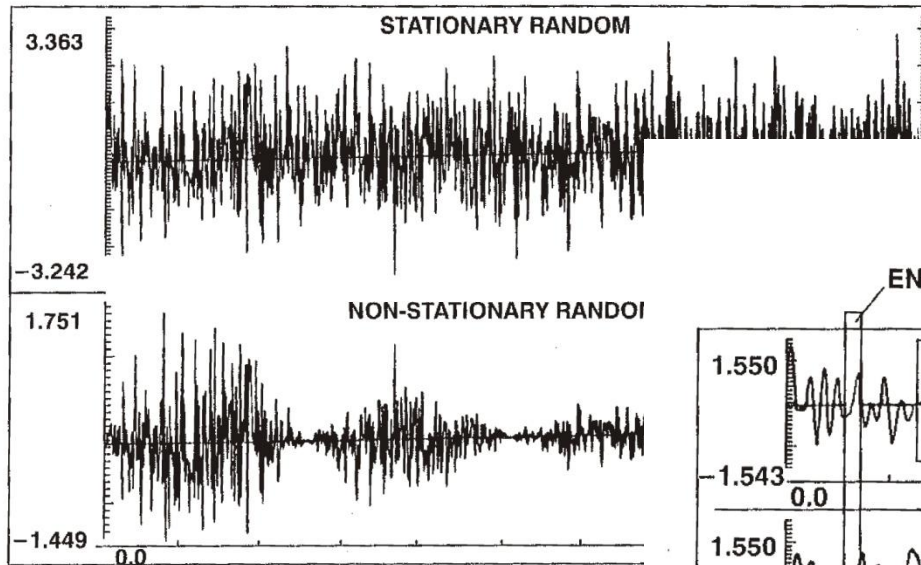
- Analiza odpowiedzi konstrukcji na wymuszenia zmienne w czasie
- Wymuszenia są jednoznacznie zdefiniowane dla każdej chwili czasowej
- Gdy niezbędna jest informacja o węzłowych przemieszczeniach (prędkościach drgań) oraz siłach i naprężeniach w elementach skończonych
- Wyniki obliczeń składają się z amplitud drgań dla poszczególnych chwil czasowych
- Wyróżniamy dwie metody obliczeń: metodę bezpośrednią i modalną (wybór metody podobnie jak dla drgań stacjonarnych)
- Należy starannie dobierać krok obliczeń (i wymuszeń) Δt
- Powinno się zadać na początku co najmniej jeden krok Δt z zerowym wymuszeniem
- Warunki początkowe mogą mieć duży wpływ na wyniki obliczeń (możliwość zadania tylko przy metodzie bezpośredniej)
- W przypadku analiz modeli z nieliniowościami należy stosować metodę bezpośrednią

Stochastyczne drgania wymuszone



- Wyniki tych obliczeń należy traktować z dużą ostrożnością – tylko w sensie statystycznym; prawdziwy poziom amplitud nie jest znany dokładnie tylko z pewnym prawdopodobieństwem (obarczonym dodatkowym błędem związanym z przyjętym spektrum obciążeń)
- Przykłady zastosowań tego typu analiz: wpływ trzęsień ziemi na konstrukcje, oddziaływanie falowania morza, zmienne obciążenie wiatru na konstrukcje lotnicze i wysokie budynki, wymuszenia falą akustyczną na rakiety i inne silniki odrzutowe
- Najczęściej stochastyczne drgania wymuszone są realizowane jako postprocessing po analizie stacjonarnych drgań wymuszonych (uwzględniających gęstość spektrum mocy wymuszeń)
- Nawet w ramach jednego oprogramowania może być szereg różnych konwencji definiujących wielkości do obliczeń probabilistycznych – należy zachować uwagę!
- Zwykle wszystkie analizy są wykonywane przy założeniu że wymuszenie jest ergotyczne (brak wpływu warunków początkowych)
- Wielkości statystyczne są zwykle wyznaczone przy założeniu średniej kwadratowej z poszczególnych wartości

Przykładowe wyniki stochastycznych drgań wymuszonych

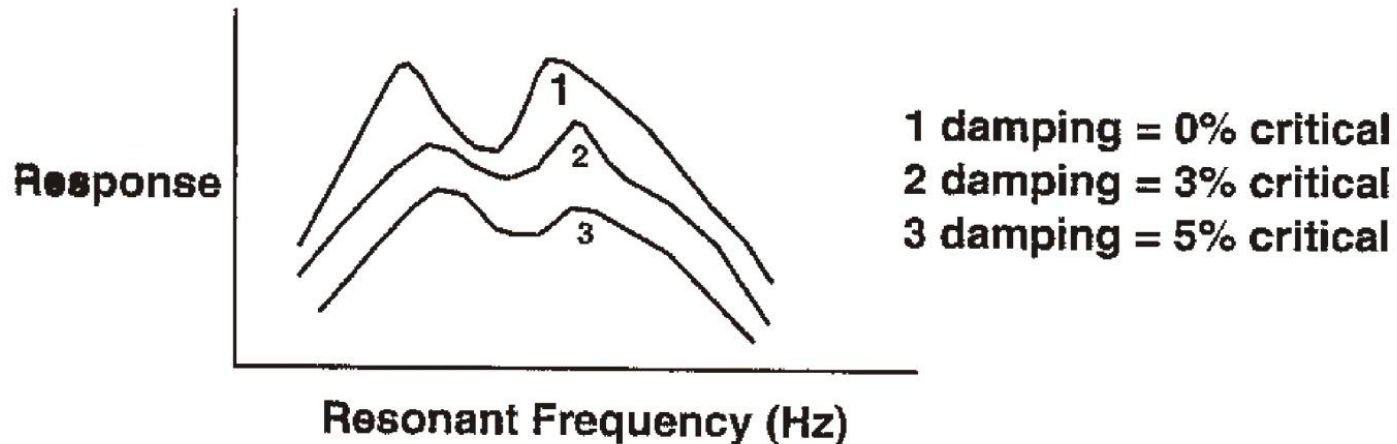


Źródło: MSC/Nastran dynamic analysis

Odpowiedź układu na widmo wymuszeń



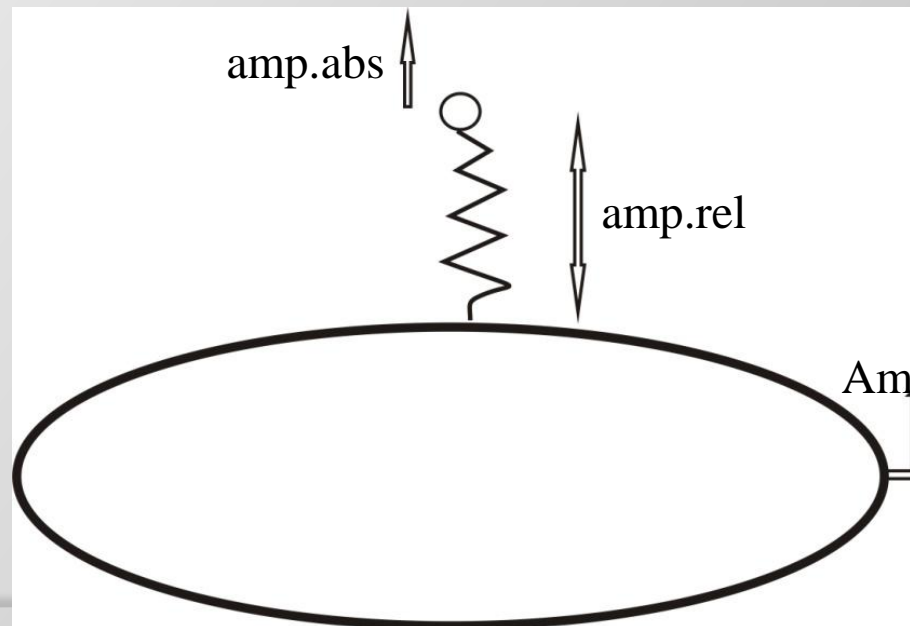
- Analizę tą stosuje się w przypadku struktur umieszczonych na drgającym układzie o wielokrotnie większej masie ($10^3 - 10^6$) tak, że nie ma dynamicznych interakcji pomiędzy układami np. drgania kondygnacji budynku pod wpływem trzęsienia ziemi; drgania pokładów nadbudówki pod wpływem drgań kadłuba statku
- Widmo odpowiedzi określa poziom drgań analizowanej konstrukcji jako funkcja częstotliwości drgań konstrukcji bazowej



Źródło: MSC/Nastran dynamic analysis

Odpowiedź układu na widmo wymuszeń

- Obliczenia są prowadzone metodą dużej masy do której jest przyłożona siła wymuszająca natomiast tłumienie jest uwzględniane w oscylatorze (!), wyznaczana jest również różnica drgań pomiędzy „dużą masą” a oscylatorem (współczynnik wzmocnienia drgań)
- Wyznaczana jest tylko amplituda odpowiedzi bez informacji o różnicach fazowych
- dla $\omega \rightarrow 0$ amp.abs $\rightarrow A_m$ amp.rel $\rightarrow 0$
- dla $\omega \rightarrow \infty$ amp.abs $\rightarrow 0$ amp.rel $\rightarrow A_m$



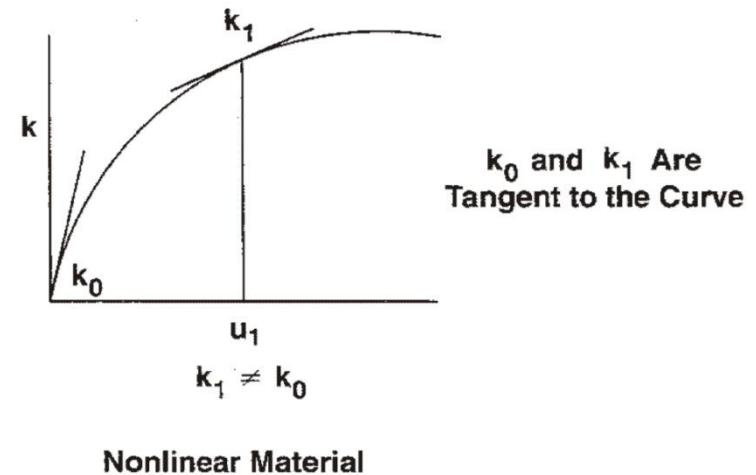
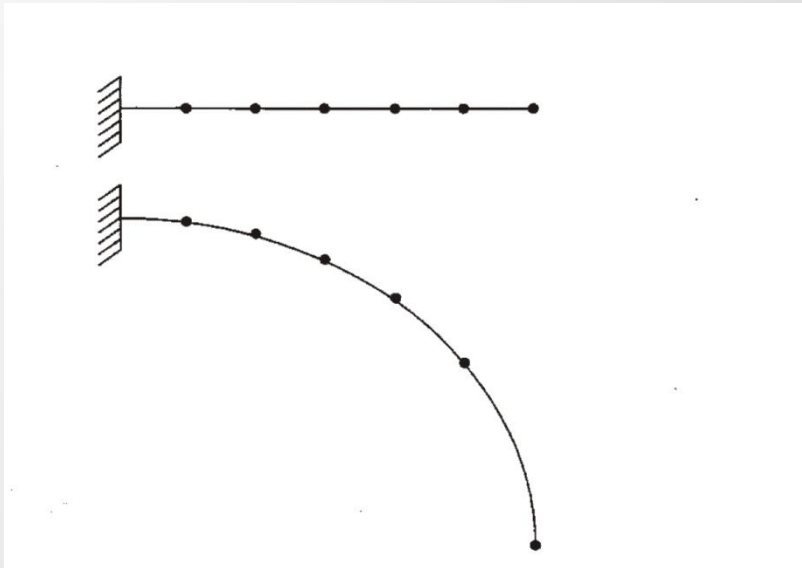
Nieliniowe drgania wymuszone



- Dwa typy nieliniowości występują: **geometryczne** (w tym obciążenie wstępne np. siła wybozeniowa oraz problemy kontaktowe – zmiany w warunkach brzegowych), **materiałowe**
- Nieliniowości geometryczne mają praktyczne znaczenie w dwóch przypadkach: usztywnienie konstrukcji spowodowanej obciążeniami wstępnymi oraz siłami nadążającymi za odkształceniem
- Typy nieliniowości materiałowych: uplastycznienie, nieliniowa elastyczność (kompozyty), pełzanie, lepkosprężystość
- Obliczenia nieliniowe mogą być wykonywane jedynie dla podstawowej struktury – superelementy muszą być liniowe
- Często elementy nieliniowe mogą być łączone z liniowymi (ograniczenie obszaru nieliniowości) co może znacznie przyspieszyć obliczenia

Nieliniowe drgania wymuszone

- Obliczenia prowadzi się iteracyjnie (wiele różnych metod – brak ogólnych zasad kiedy które stosować; nie wszystkie są zbieżne) przyjmując lokalną liniowość z tego powodu analizy takie są czasochłonne



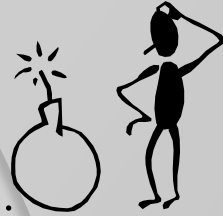
Źródło: MSC/Nastran dynamic analysis

- Problem doboru kroku obliczeniowego (automatyczny?) jest niezwykle ważny
- Nieliniowe drgania wymuszone są prowadzone jako drgania nieustalone

Przykład wyboru metody obliczeń

Typ analizy	Problem do rozwiązania	Odpowiedź (np. A-1)
A. Modal analysis	1. Wyznaczenie amplitud prędkości drgań nadbudówki statku w funkcji prędkości obrotowej silnika napędu głównego	A2
B. Complex eigenvalue	2. Sprawdzenie czy silnik samochodowy wywoła drgania rezonansowe projektowanej konstrukcji nośnej	B5
C. Frequency response analysis	3. Odporność poszczególnych poziomów konstrukcji budynku na drgania sejsmiczne	C1
D. Transient response analysis	4. Wyznaczenie spodziewanych poziomów drgań wysokiego budynku, przy znanej statystyce jego obciążeń wiatrowych	D6
E. Random analysis	5. Wyznaczenie częstości drgań własnych szybko-rotującego (12 tys. obr/min) wirnika turbiny gazowej	E4
F. Shock and response spectrum analysis	6. Wyznaczenie amplitud prędkości drgań korpusu turbiny energetycznej (parowej) podczas jej rozruchu, przy znanym poziomie niewyważenia wirnika oraz znanym przebiegu czasowym jej rozruchu	F3

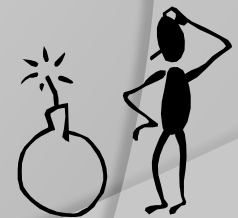
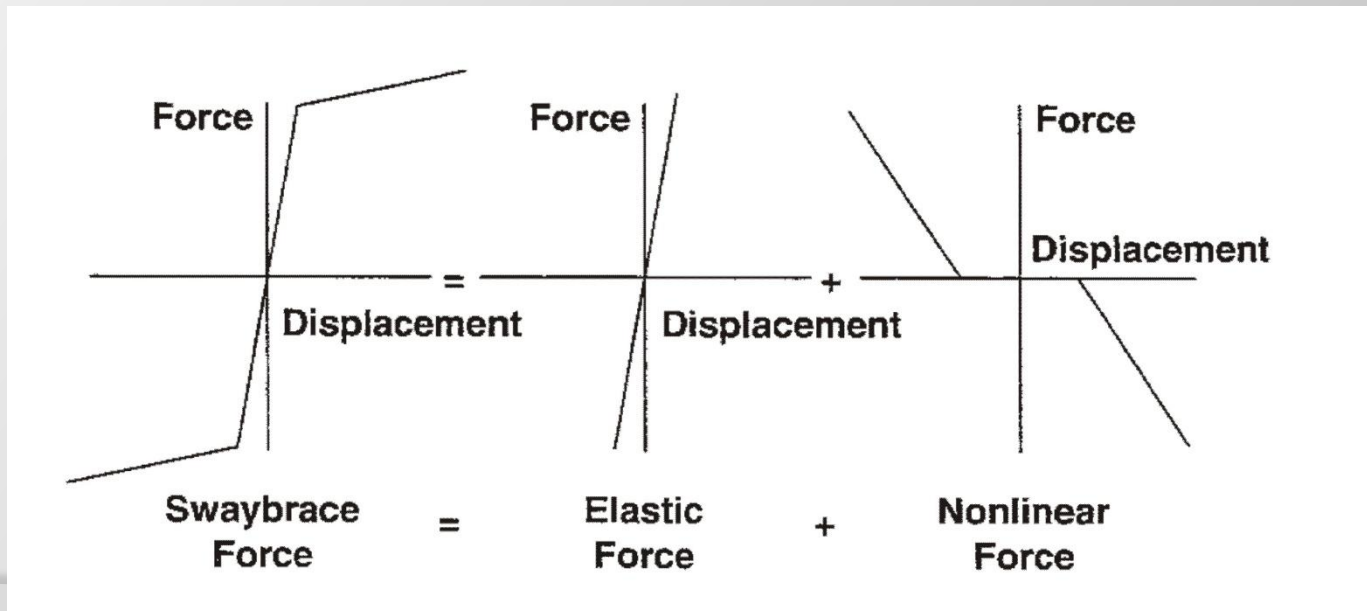
Inne problemy obliczeń dynamicznych



- Tłumienie drgań spowodowane: lepkością (np. amortyzator tłokowy), tarcie zewnętrzne (poślizg), tarcie wewnętrzne (materiałowe), strukturalne nieliniowości (np. uplastycznienie) \Leftarrow różne zjawiska fizyczne – tłumienie proporcjonalne do prędkości drgań (lepkościowe), lub związane z odkształceniem (materiałowe), lub zależne od częstotliwości drgań; stosuje się macierz tłumień proporcjonalną do macierzy sztywności i/lub macierzy mas
- Alternatywnie do metody dużej masy (wyznaczenie widma odpowiedzi struktury) można stosować metodę dużej sztywności lub metodę dużych mnożników macierzy charakterystycznych; są one niepolecane z uwagi na duże błędy obliczeniowe (duże różnice w macierzy sztywności)
- Ostrożnie z ograniczaniem najwyższej częstotliwości drgań własnych podczas obliczeń modalnych – pomimo że częstotliwości wymuszeń są niższe od danej częstości własnej to może ona mieć wpływ na quasi-statyczną odpowiedź układu \Leftarrow mode acceleration method

Inne problemy obliczeń dynamicznych

- Podział konstrukcji na superelementy – fizycznie: podział struktury na części; matematycznie: elementy brzegowe – redukcja węzłów wewnętrznych do zewnętrznych; inny typ strukturyzowania konstrukcji: analiza symetrii cyklicznej
- Metody obliczeń superelementami: metoda statycznej kondensacji macierzy sztywności wraz redukcją Guyan macierzy mas; oraz metoda uogólnionej dynamicznej redukcji GDR; oraz metoda modalnej syntezy składników
- Nieliniowe (nieustalone) obciążenia są często uwzględniane jako odchylenie od liniowości; wymagają niestrukturalnych, dodatkowych DOF oraz funkcji przeniesienia; + wszystkie problemy obliczeń nieliniowych

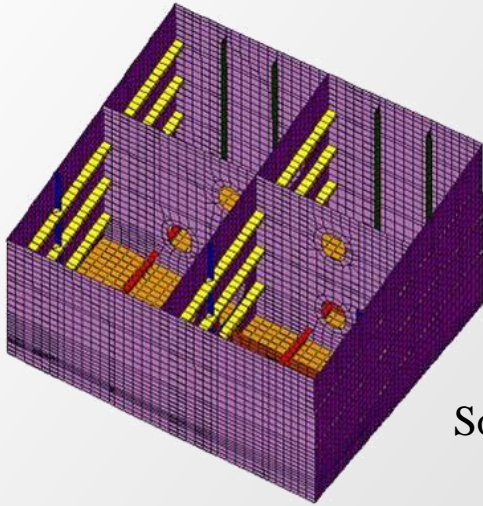


Inne problemy obliczeń dynamicznych

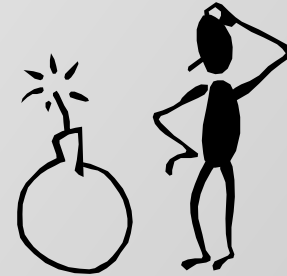


- Optymalizacja dynamiczna konstrukcji
- Metody obliczeń dla obiektów wirujących
- Interakcja płynu z konstrukcją: hydroelastyczne, niesymetryczne macierze charakterystyczne; metoda mas towarzyszących; metoda sprzężonej analizy akustycznej
- Metody obliczeń aeroelastycznych: quasi-statyczna odpowiedź aeroelastyczna, dynamiczna odpowiedź aeroelastyczna, aerodynamiczny flutter, optymalizacja aeroelastyczna
- Korelacja obliczeń z pomiarami (metoda „siłowa” związana z doświadczeniem, wykorzystanie współczynników wpływu, lub optymalizacja)
- Weryfikacja modelu poprzez uproszczenia wraz z szacunkami analitycznymi
- Metody adaptatywnych analiz typu CP i HP - utrzymanie błędów obliczeń na zadanym z góry poziomie poprzez automatyczną, lokalną zmianę gęstości siatki ES i/lub zmianę stopnia funkcji kształtu elementów

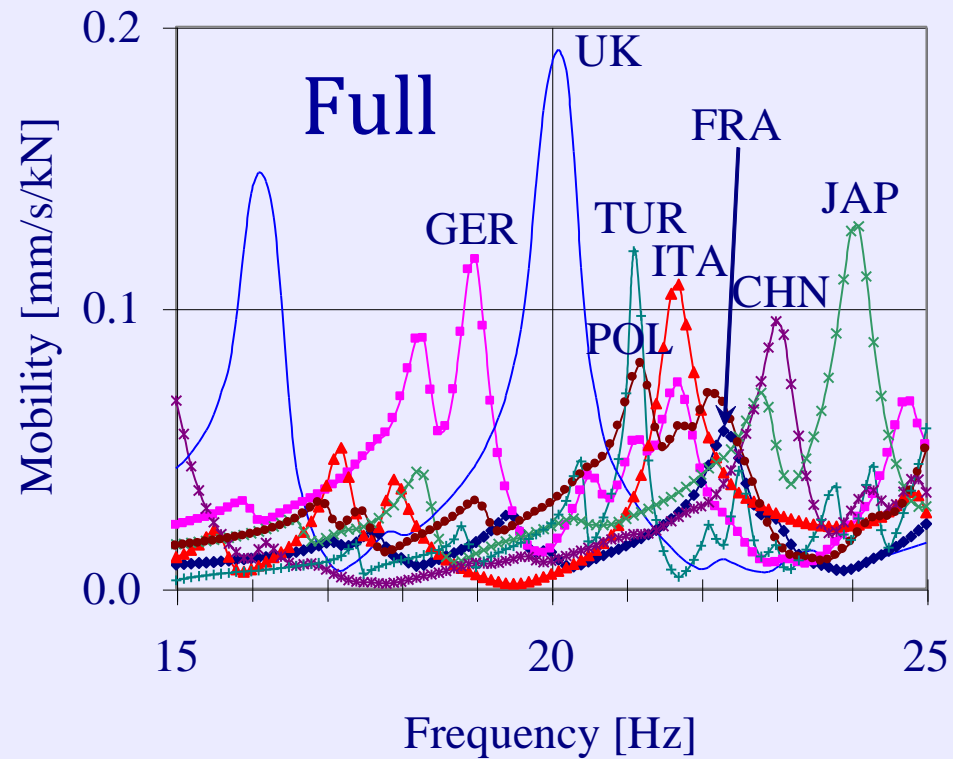
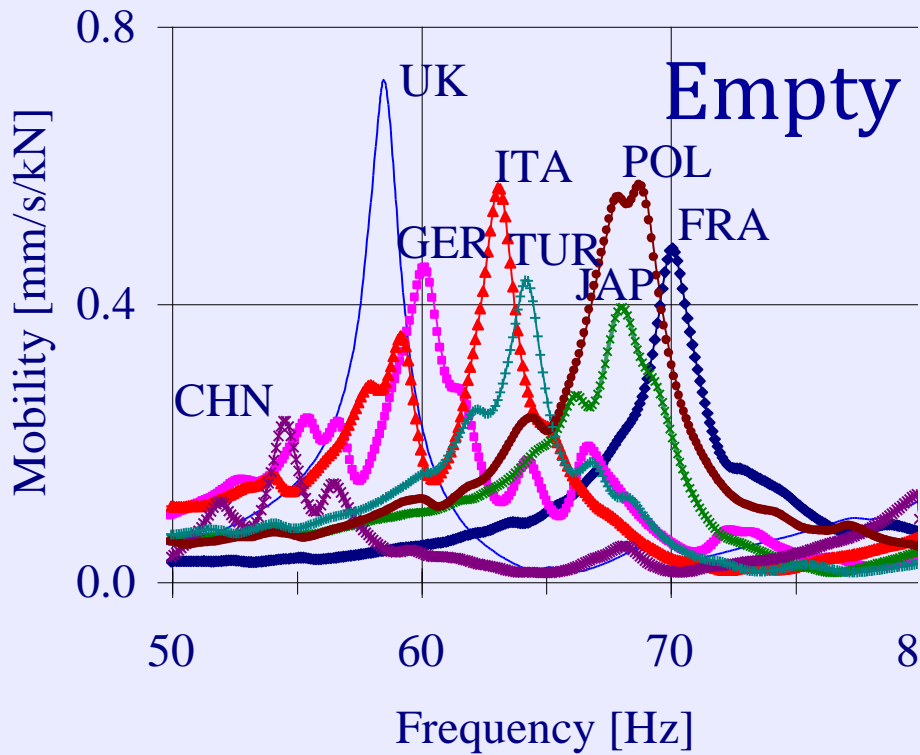
Benchmark



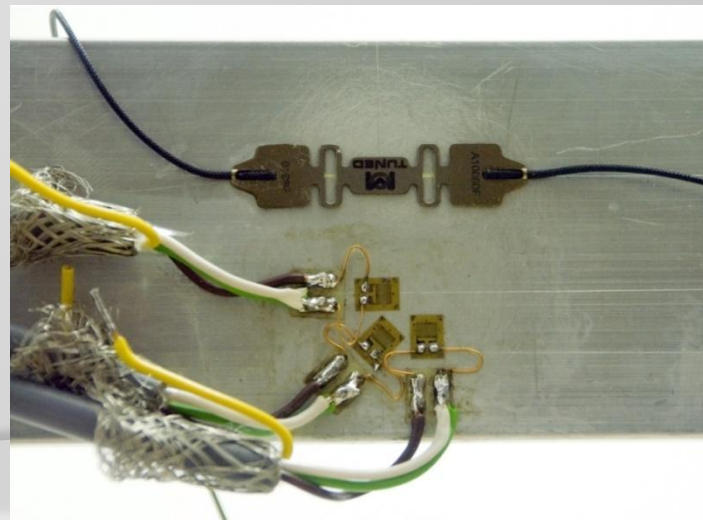
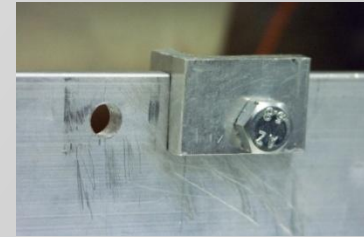
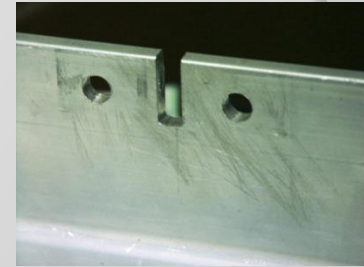
Source: ISSC



Wina obliczeń?



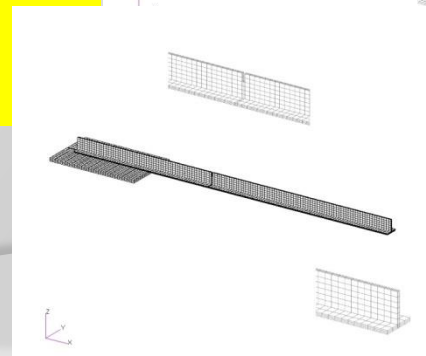
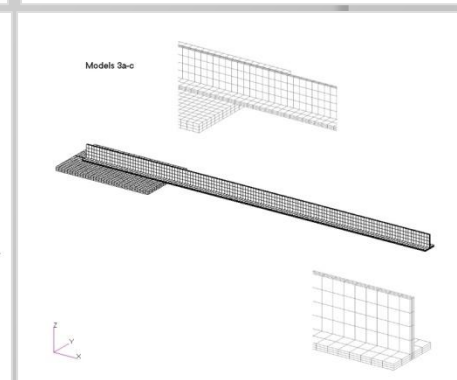
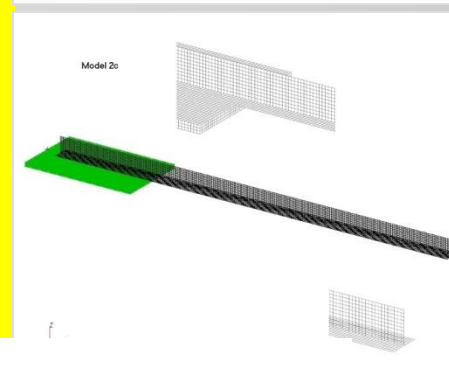
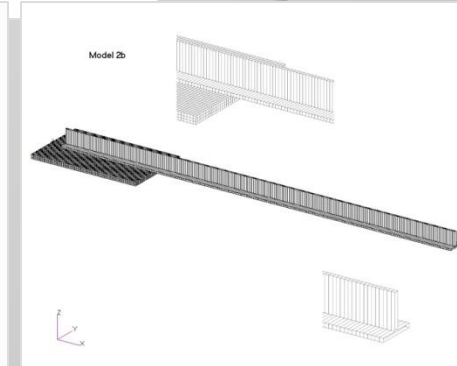
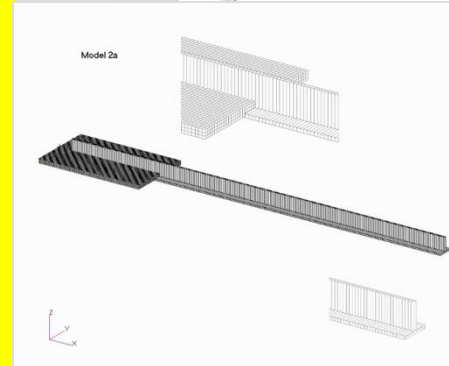
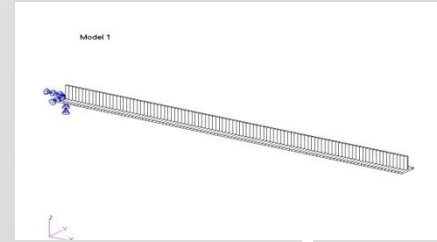
Przykład Belka z uszkodzeniami



Jak liczyć tak prostą belkę?



- **Model 1:** element belkowy **Bar2**, d.o.f. 600
- **Model 2a:** płyta mocująca – elementy trójwymiarowe **Hex8**, belka - **Bar2**, d.o.f. 30366
- **Model 2b** = **2a** + offset
- **Model 2c:** płyta mocująca – elementy trójwymiarowe **Hex8**, belka – elementy powłokowe **Quad4**, d.o.f. 27966
- **Model 2c_m** = **2c** zagęszczony, d.o.f. 67638
- **Model 2d** = **2c** macierz mas rozproszona (coupled-lumped)
- **Model 3a** cały model: elementy trójwymiarowe **Hex8**, liczba stopni swobody 26664
- **Model 3a_m** = **3a** zagęszczony, d.o.f. 107427
- **Model 3b:** = **3a**, aluminium **6061-T6**, d.o.f. 26664
- **Model 3c:** = **3a**, macierz mas rozproszona, d.o.f. 26664
- **Model 3d** cały model: elementy trójwymiarowe **Hex20**, liczba stopni swobody 13803
- **Model 3d_m** = **3d** zagęszczony, d.o.f. 47640
- **Model 3e** = **3a** rozrzedzony (jeden elem. na grubość), liczba stopni swobody 15120
- **Model 2cU** = **2c** belka z uszkodzeniem



Wyniki obliczeń belki

Postać \ Model	Częstotliwości drgań własnych [Hz]									
	1	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d_m	3e
1	29.159	29.159	29.159	27.557	27.558	28.279	29.429	28.281	28.223	28.294
2	42.623	42.621	42.621	41.445	41.446	39.808	41.426	39.81	39.756	39.836
3	181.13	181.09	181.09	112.31	112.89	119.04	123.88	122.16	117.52	118.81
4	261.68	261.53	261.53	168.64	168.77	173.98	181.05	174.58	173.25	174.04
5	500.21	499.85	499.85	254.95	254.97	245.51	255.49	245.61	245.11	245.71
6	710.11	708.93	708.93	330.59	331.85	350.9	365.17	357.81	346.7	350.48
7	961.26	959.82	959.82	433.14	434.51	452.84	471.25	459.46	448.42	452.56
8	1246.2	1200.4	1200.4	575.51	577.14	613.05	637.98	622.45	605.75	612.65
9	1333.6	1329.4	1329.4	690.37	690.51	667.69	694.83	668.3	666.2	668.35
10	1551	1547.1	1547.1	740.86	744.15	766.25	797.4	783.24	760.2	764.77

Wyniki obliczeń belki

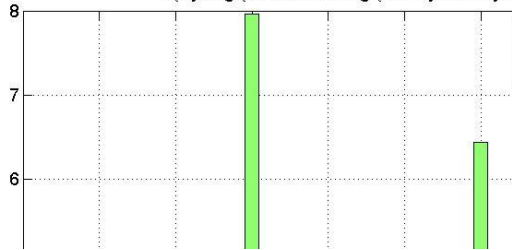
	Częstotliwości drgań własnych [Hz]					
Postać \ Model	2c	2c_m	3a	3a_m	3d	3d_m
1	27.557	27.556	28.279	28.237	28.278	28.223
2	41.445	41.455	39.808	39.759	39.837	39.756
3	112.31	111.91	119.04	119.8	108.16	117.52
4	168.64	168.53	173.98	173.81	171.83	173.25
5	254.95	254.95	245.51	245.19	245.41	245.11
6	330.59	329.57	350.9	351.97	324.39	346.7
7	433.14	432.15	452.84	453.68	428.84	448.42
8	575.51	573.83	613.05	613.2	576.38	605.75
9	690.37	690.38	667.69	666.66	666.37	666.2
10	740.86	739.7	766.25	771.51	714.1	760.2

Wyniki obliczeń belki

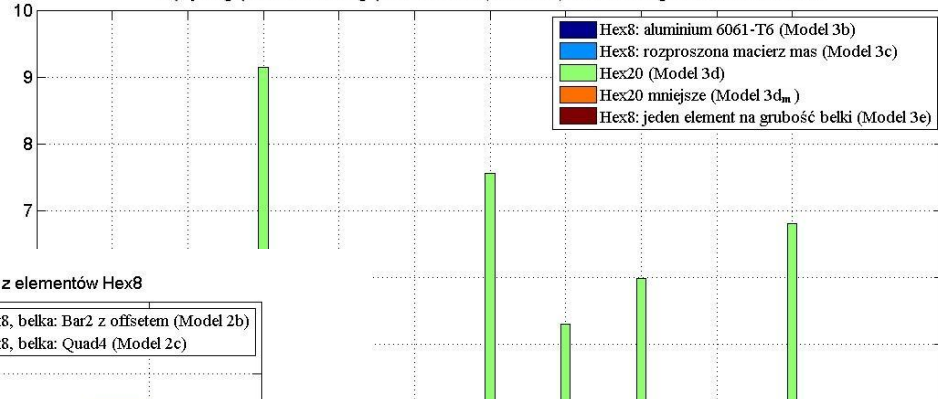
Postać \ Model	Częstotliwości drgań własnych [Hz]			
	$3c_0$	$3c$	$2d_0$	$2d$
1	28.274	28.281	27.553	27.558
2	38.396	39.81	39.975	41.446
3	121.32	122.16	112.38	112.89
4	174.53	174.58	168.82	168.77
5	244.35	245.61	253.55	254.97
6	357.76	357.81	332.64	331.85
7	458.5	459.46	434.3	434.51
8	619.94	622.45	575.64	577.14
9	647.05	668.3	668.37	690.51
10	781.1	783.24	743.36	744.15

Błędy obliczeniowe

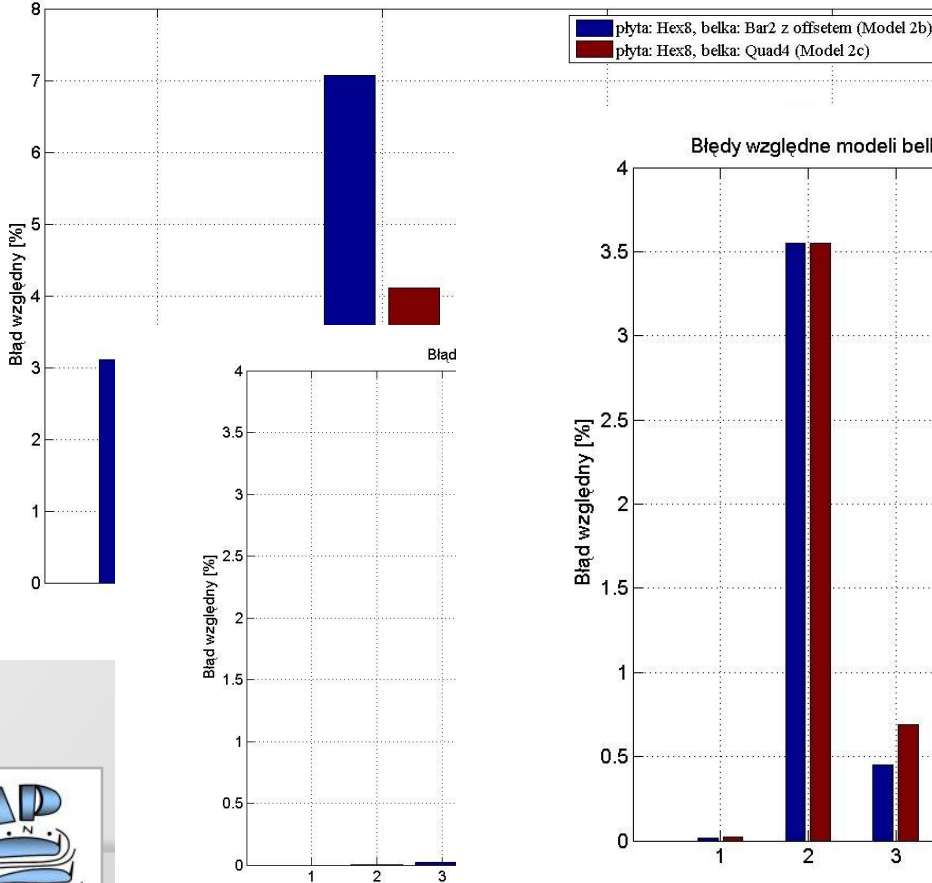
Błędy względne modeli względem tych samych



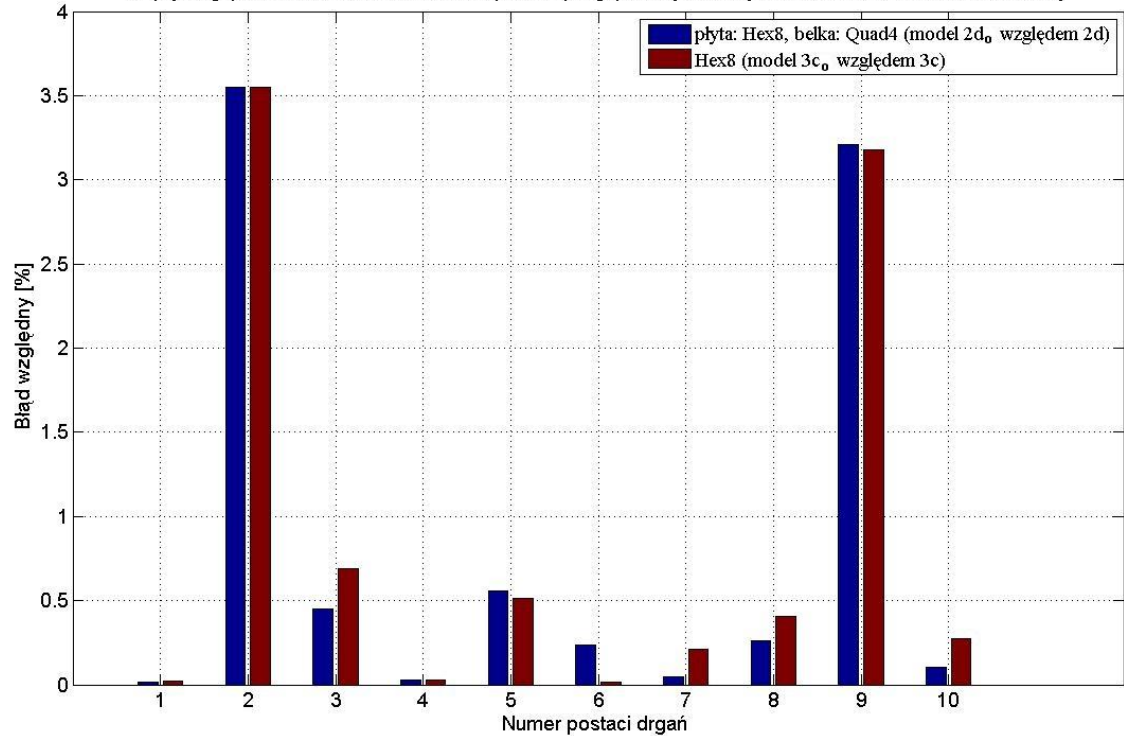
Błędy względne modeli względem modelu (Model 3a) zbudowanego z elementów Hex8



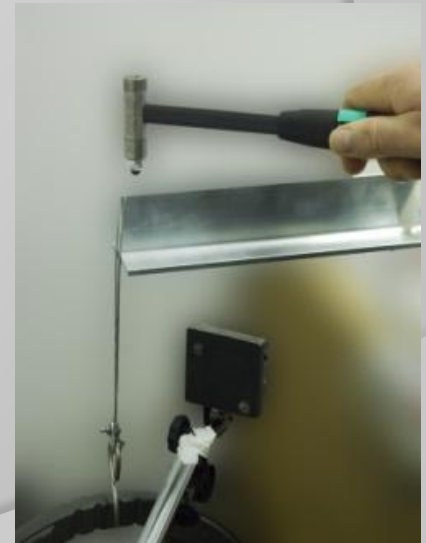
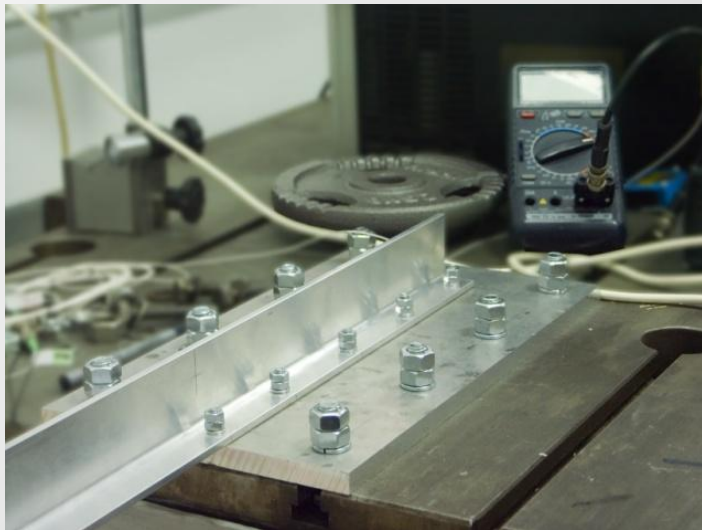
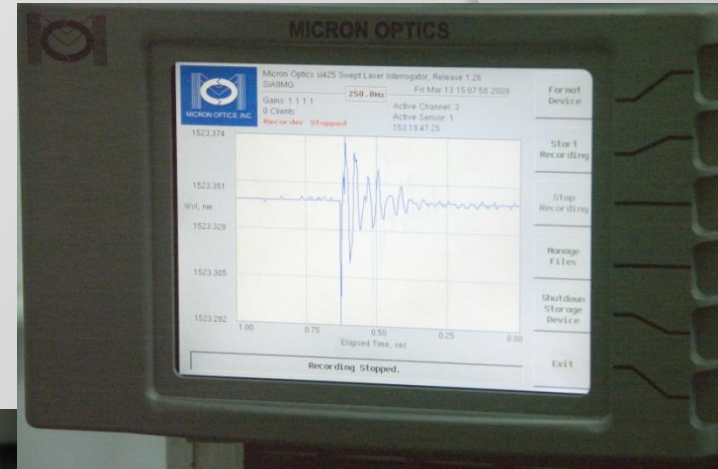
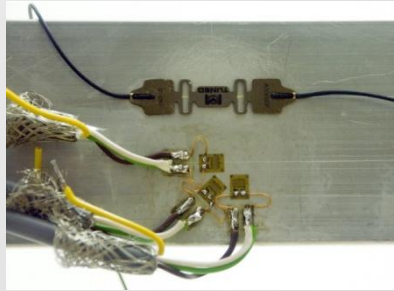
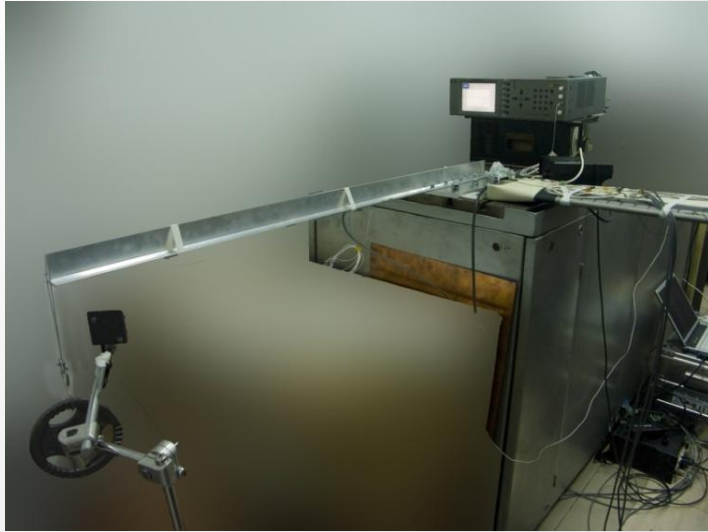
Błędy względne modeli względem modelu (Model 3a) zbudowanego z elementów Hex8



Błędy względne modeli belki ze szczeliną otwartą względem tych samych modeli dla belki nieuszkodzonej

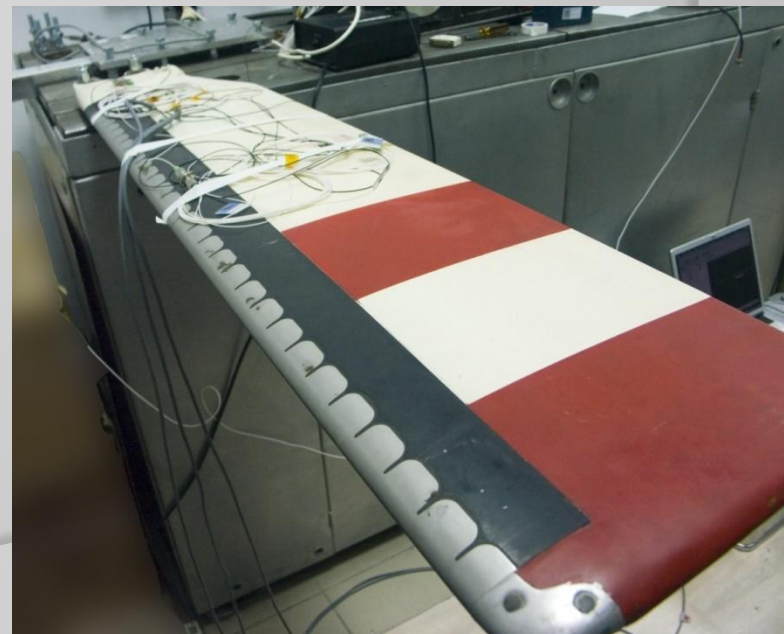
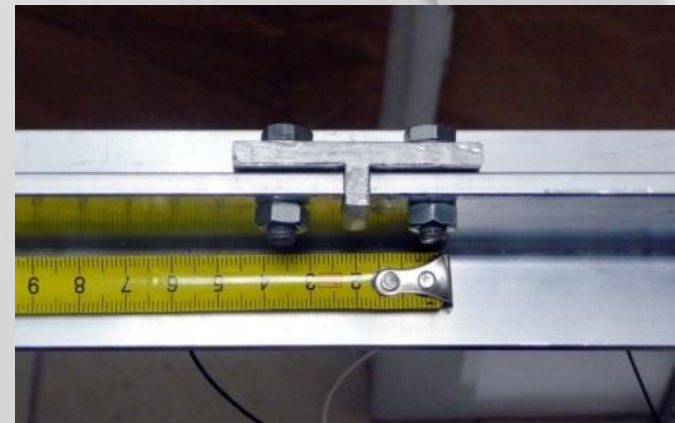
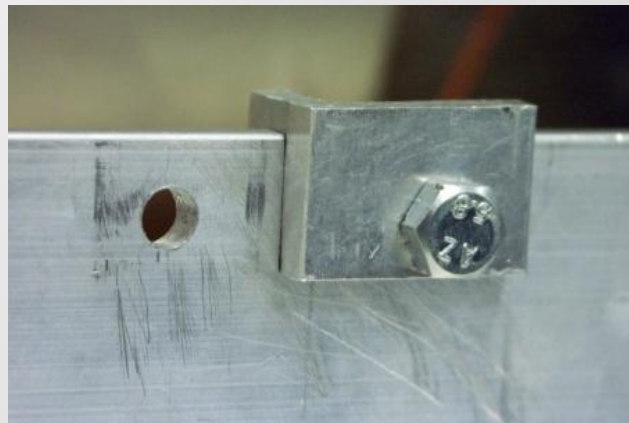


Pomiary belki



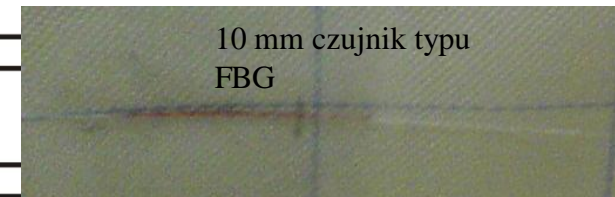
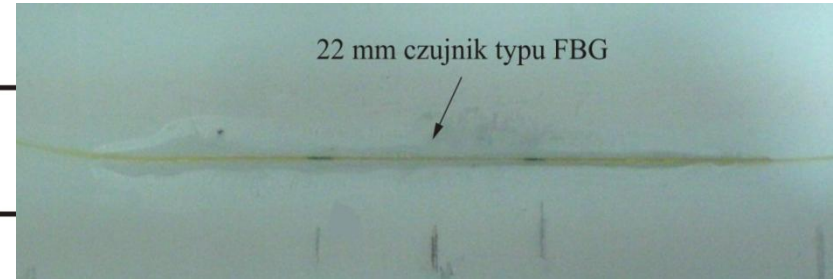
Badania laboratoryjne – wirnik helikoptera + usztywnienie konstrukcji

Badania laboratoryjne różnych typów uszkodzeń konstrukcji



Nowe techniki pomiarowe

czujniki FBG



os3100 Optical Strain Gage



os4100 Temperature Compensation Sensor



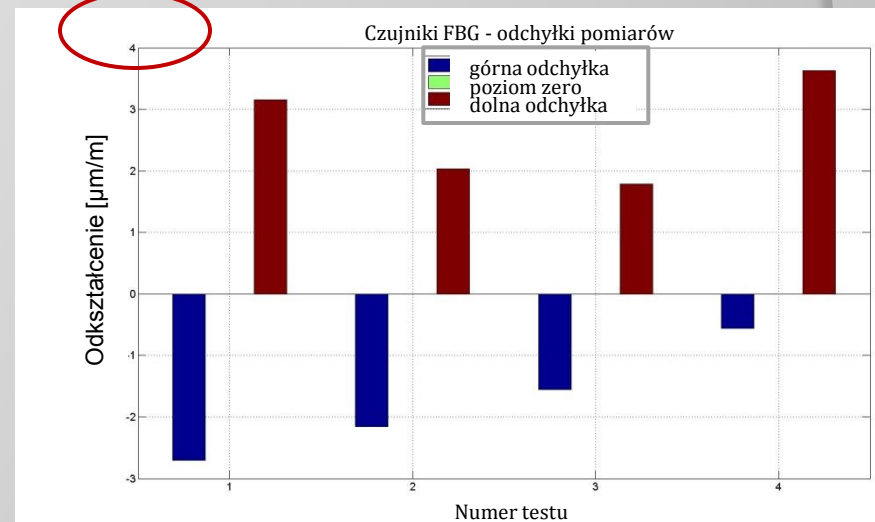
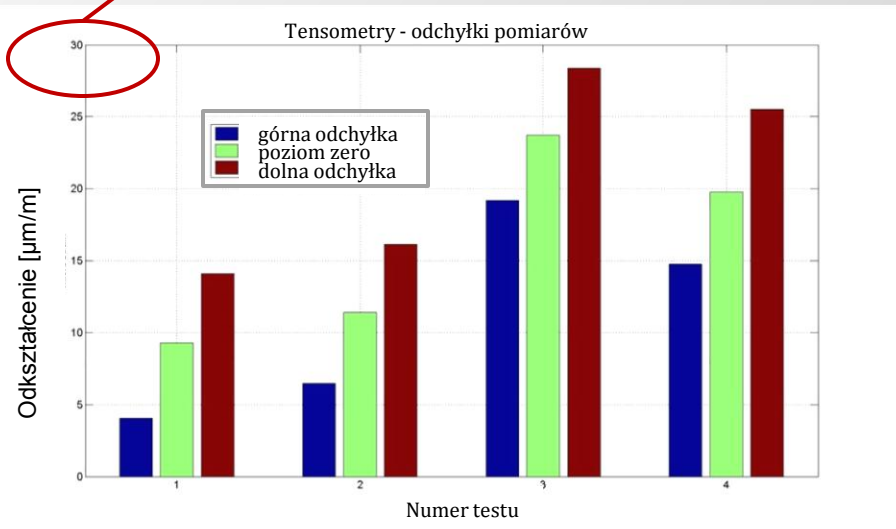
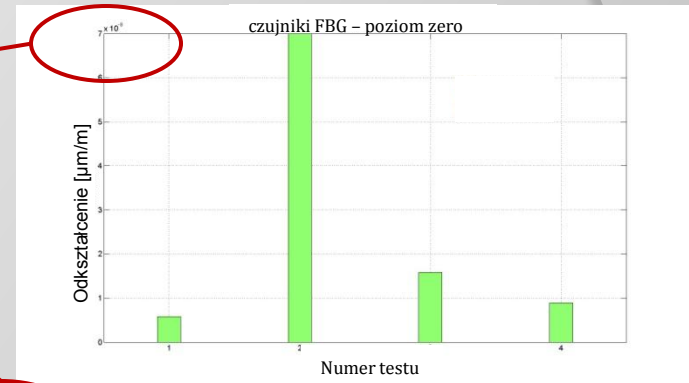
Płynięcie poziomu zerowego

Porównanie techniki tensometrycznej z światłowodową

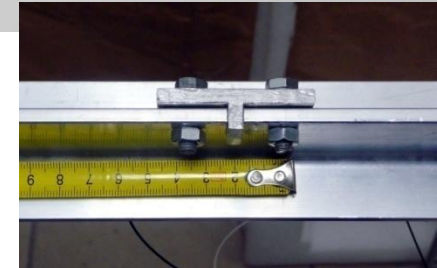
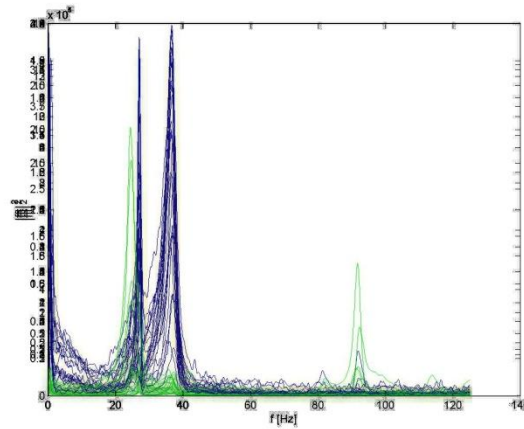
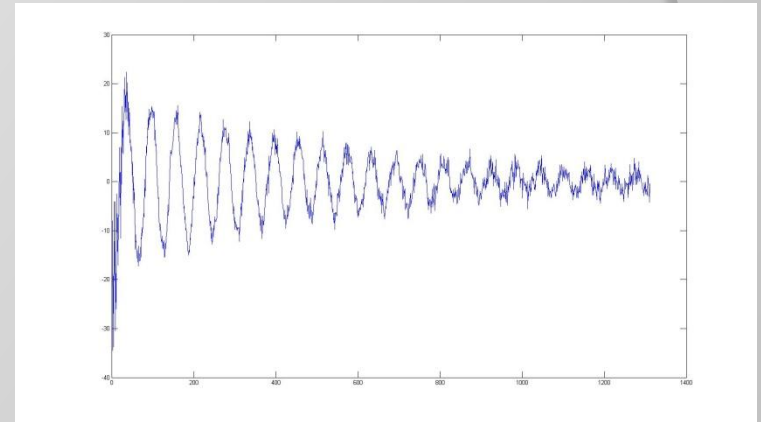
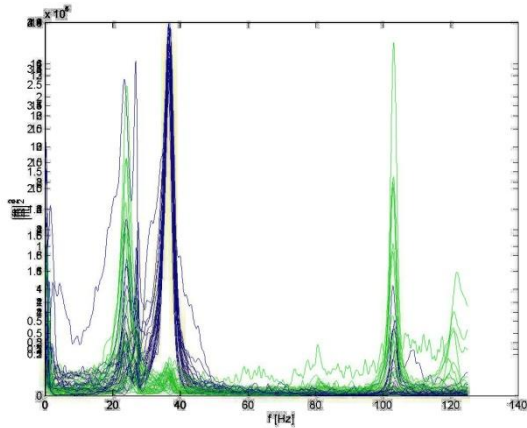
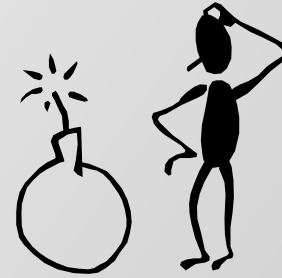
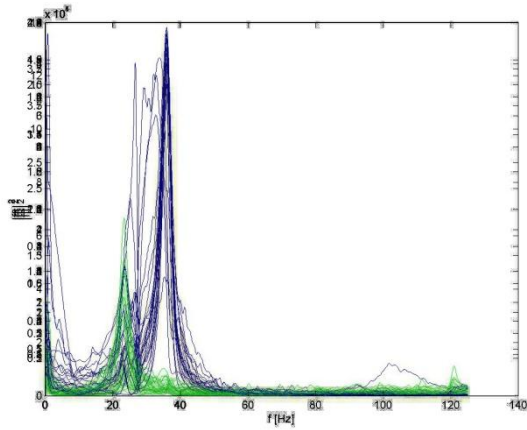
$7E-8 \mu\text{m}/\text{m}$

$30 \mu\text{m}/\text{m}$

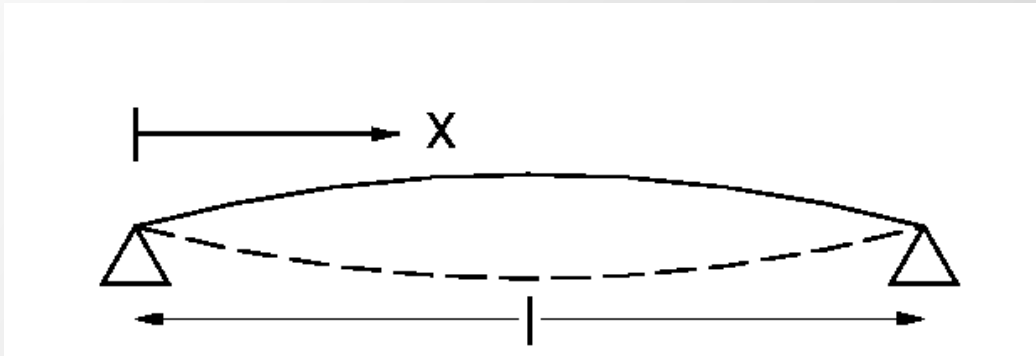
$4 \mu\text{m}/\text{m}$



Badania dynamiczne



Przykłady:



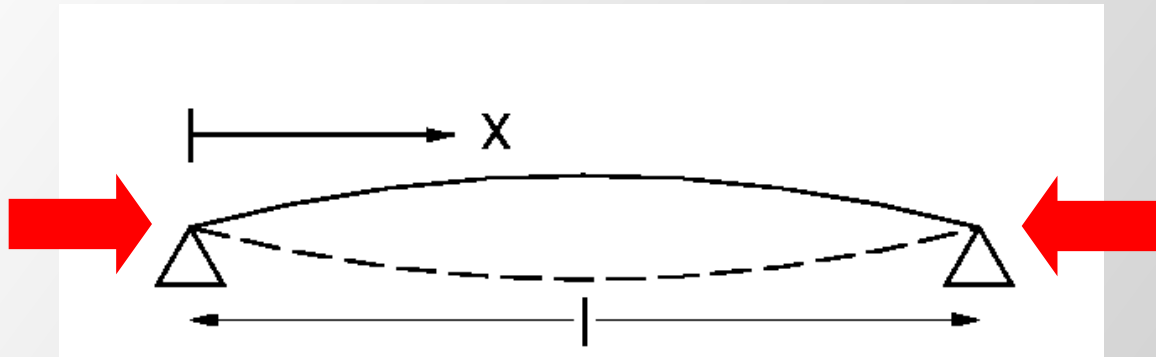
Najniższa częstotliwość drg. wł.: $\frac{\pi}{2l^2} \left(\frac{EI}{\rho A} \right)^{1/2}$

Może być również wykorzystana do szacowania wielopodporowej ciągłej belki

Wyższe częstotliwości:

- pojedyncza belka: 1:4:9:16:...
- ciągła belka: tylko nieco wyższe częstotliwości

Ściskanie obniża częstotliwości drgań własnych

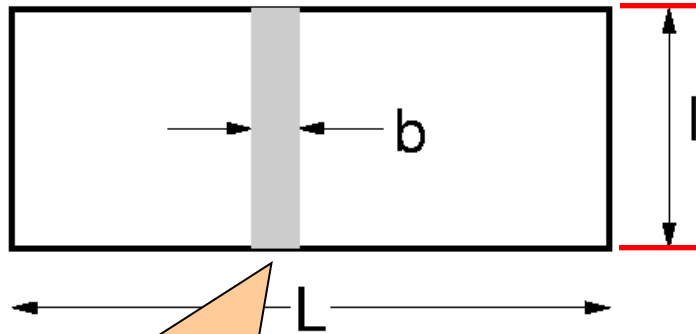


Blisko wyboczenia belka ma zanikającą sztywność

Częstość drgań własnych $\rightarrow 0$

Drgania własne płyt konstrukcji (np. pokładów) zmieniają się (globalne ściskanie konstrukcji) np. stan załadunku, stan morza zmienia drgania własne konstrukcji pokładów (inne wyniki przy różnych kursach statku)

Szacowanie drgań płyt



Wzdłużne podparcie jest silniejsze od poprzecznego

Pas drga prawie tak jak belka o przekroju $b \cdot t$
(obliczenia z pasem współpracującym)

Podstawowa częstotliwość (podobieństwo do zależności dla belek – dosztywnienie $\rightarrow E/(1-\nu^2)$):

$$\frac{\pi}{2l^2} \left(\frac{Et^2}{12\rho(1-\nu^2)} \right)^{1/2}$$

Dziękuję za uwagę!

